

Sensorveiledning – nasjonal deleksamen GLU 5–10, vår 25

Oppgave 1

1 poeng

Kandidaten svarer at påstand iv) best beskriver elevens forenkling.

Det er ikke krav om begrunnelse, men:

- Påstand i) og ii) kan ikke beskrive elevens forenkling best fordi eleven har regnet riktig
- Påstand iii) er ikke den beste beskrivelsen av elevens forenkling da det ikke er noe feil i elevens føring
- Påstand iv) beskriver best elevens forenkling fordi eleven har regnet riktig

Oppgave 2a)

1 poeng

Kandidaten bruker eksemplene til å gi en tilfredsstillende beskrivelse av hvordan elever bør forstå potenser der begrepene eksponent, faktor og grunntall inngår. Nedenfor er et eksempel:

I slike potenser forteller eksponenten hvor mange faktorer en har av grunntallet. For eksempel forteller eksponenten i potensen 7^3 at det er 3 faktorer av grunntallet 7 og eksponenten i potensen 7^4 at det er 4 faktorer av grunntallet 7.

Det gis også ett poeng om kandidaten bruker den vanlige formuleringen, eksemplifisert med at 7^3 er “7 ganget med seg selv 3 ganger”, dersom beskrivelsen ellers er tilfredsstillende og inneholder begrepene eksponent og grunntall.

Oppgave 2b)

1 poeng

Kandidaten bruker ord og matematiske symboler til å tilfredsstillende beskrive hvordan elever bør forstå det generelle potensuttrykket a^n , når eksponenten er et heltall større enn eller lik 2. Nedenfor er et eksempel:

I potensuttrykk på formen a^n , når eksponenten er et heltall større enn eller lik 2, forteller eksponenten n hvor mange faktorer en har av grunntallet a . Det vil si at elever bør forstå a^n som $\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ faktorer}}$.

Oppgave 2c)

2 poeng

Kandidaten beskriver tilfredsstillende hvordan en kan vise elever at $\frac{a^n}{a^m}$ er det samme som a^{n-m} , når n og m er heltall større enn eller lik 2, $n > m$ og $a \neq 0$. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1

Jeg vil vise det gjennom eksempler. På venstre side av arket bruker jeg forståelsen av potenser og forkorting til å finne svaret. På høyre side av arket ser jeg etter en sammenheng mellom eksponentene som gir samme svar.

$$\frac{7^5}{7^2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7 \cdot 7} \cdot \cancel{7 \cdot 7}}{\cancel{7 \cdot 7}} = 7^3$$

og vi ser at 7^3 kan vi også få ved å ta 7^{5-2}

$$\frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7 \cdot 7} \cdot \cancel{7 \cdot 7}}{\cancel{7 \cdot 7} \cdot \cancel{7 \cdot 7}} = 7^2$$

og vi ser at 7^2 kan vi også få ved å ta 7^{5-3}

$$\frac{a^5}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot \cancel{a \cdot a} \cdot \cancel{a \cdot a}}{\cancel{a \cdot a}} = a^3$$

og vi ser at a^3 kan vi også få ved å ta a^{5-2}

Vi ser altså at når uttrykket er $\frac{7^5}{7^2}$, er det det samme som 7^{5-2} , $\frac{7^5}{7^3}$ er det samme som 7^{5-3} og $\frac{a^5}{a^2}$ er det samme som a^{5-2} . Generaliserer vi dette kan vi vise at $\frac{a^n}{a^m}$ er det samme som a^{n-m} .

Eksempel 2

Når n og m er heltall større eller lik 2, $n > m$ og a er forskjellig fra 0, har telleren flere faktorer enn nevneren. Jeg kan derfor forkorte bort alle faktorene i nevneren og stå igjen med $n - m$ faktorer av a , som vi kan skrive slik:

$$\frac{a^n}{a^m} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ faktorer}}}{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{m \text{ faktorer}}} = \overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n-m \text{ faktorer}} = a^{n-m}.$$

1 poeng

Kandidaten beskriver hvordan en kan vise elever at $\frac{a^n}{a^m}$ er det samme som a^{n-m} , men beskrivelsen er mangelfull.

Oppgave 3a)

2 poeng

Kandidaten viser fremgangsmåten og løser ligningen på riktig måte. Nedenfor er et eksempel:

$$x^2 + 4 = 9$$

$$x^2 = 9 - 4$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

1 poeng

Kandidaten viser fremgangsmåten og løser ligningen riktig, men oppgir bare én av løsningene som svar. Det gis også ett poeng om fremgangsmåten er mangelfullt vist, så lenge kandidaten oppgir begge løsningene som svar.

Oppgave 3b)

1 poeng

Kandidaten beskriver feilen eleven gjør og nevner hvor feilen gjøres ved å henvise til linjenumrene. Nedenfor et eksempel:

Kvadratrotfunksjonen anvendes som om den er en lineær funksjon, det vil si eleven tenker at $\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{x^2} + \sqrt{4}$, noe som er feil. Eleven gjør denne feilen fra linje (2) til (3).

Det kreves ikke at kandidaten identifiserer feilen som gjøres når eleven skriver at $\sqrt{x^2}$ er det samme som x (hvor det riktige er $\sqrt{x^2} = |x|$) da dette er en følgefeil fra første feil.

Oppgave 4a)

2 poeng

Kandidaten viser algebraisk at sammenhengen alltid gjelder, og sammenhengen mellom variabel og ruter i korsfiguren kommer tydelig fram. Nedenfor er et eksempel:

Vi må først definere hva som er utgangspunktet i korsmønsteret. Her kan vi velge at toppen på korset er utgangspunktet, og vi definerer da toppen som a . Deretter må vi se de andre tallene i korsmønsteret opp mot utgangspunktet.

	a	
a + 9		a + 11
	a + 30	

Uansett hvor i hundrekartet vi er, vil sammenhengen mellom de fire tallene alltid være 10 fordi $(a + a + 30) - (a + 11 + a + 9) = 2a + 30 - 2a - 20 = 10$.

1 poeng

Kandidaten viser kun den algebraiske sammenhengen uten å tydeliggjøre sammenhengen mellom variabel og ruter i korsfiguren. Det gis også ett poeng dersom den algebraiske utregningen er feil eller mangelfull, så lenge sammenhengen mellom variabel og ruter i korsfiguren kommer tydelig fram.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun viser talleksempler.

Oppgave 4b)

2 poeng

Kandidaten svarer hvilken figur som kan være utgangspunkt for elevens oppdagelse og begrunner svaret på en tilfredsstillende måte med å tegne figuren sammen med en ordforklaring og et talleksempel. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1

Utgangspunktet kan ha vært et 3x3-kvadrat hvor eleven har valgt å definere utgangspunktet, a , til å være midt i kvadratet slik:

$a - 11$		$a - 9$
	a	
$a + 9$		$a + 11$

Først ganger han øverste høyre hjørne med nederste venstre hjørne, $(a - 9) \cdot (a + 9)$, før han trekker fra øverste venstre hjørne ganget med nederste høyre hjørne i kvadratet og får $(a - 9) \cdot (a + 9) - (a - 11) \cdot (a + 11)$.

Et talleksempel kan være:

5	6	7
15	16	17
25	26	27

$$(7 \cdot 25) - (5 \cdot 27) = 175 - 135 = 40$$

Eksempel 2

Eleven kan ha tenkt at figuren er et kryss og at ytterpunktene i «krysshjørnene» blir definert ut ifra midten av krysset.

$a - 11$		$a - 9$
	a	
$a + 9$		$a + 11$

Dersom midten i krysset er a , får eleven $(a - 9)(a + 9) - (a - 11)(a + 11)$ ved å ta produktet av venstre nedre krysshjørne og øverste høyre krysshjørne minus produktet av øverste venstre krysshjørne og nederste høyre krysshjørne.

Et talleksempel er når $a = 12$. En får da

$$(21 \cdot 3) - (1 \cdot 23) = 63 - 23 = 40$$

1 poeng

Kandidaten svarer hvilken figur som kan være utgangspunkt for elevens oppdagelse, tegner figuren, men ordforklaringen og/eller talleksemplet er mangelfull.

Det gis også ett poeng om kandidaten ikke svarer eller tegner hva slags figur som kan være utgangspunkt for elevens oppdagelse, så lenge ordforklaringen og talleksemplet er tilfredsstillende.

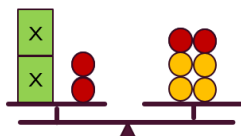
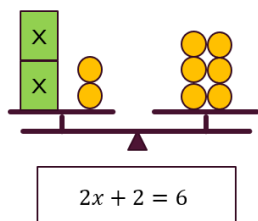
Det gis 0 poeng om kandidaten kun bruker talleksempel.

Oppgave 5a)

2 poeng

Kandidaten gir et eksempel på en ligning som kan illustreres ved bruk av en skålvækt. Ligningen er tilpasset elever på 5. trinn. Kandidaten tegner skålvekten og viser hvordan den kan brukes til å resonnerer seg frem til en løsning på ligningen. Nedenfor er et eksempel:

Ligningen $2x + 2 = 6$ kan illustreres ved bruk av en skålvækt og løses gjennom et resonnement slik:



Om vi **tar bort to kuler** fra hver side vil skålvekten fortsatt være i balanse. Da er det igjen to x-bokser på venstre side og fire kuler på høyre side.



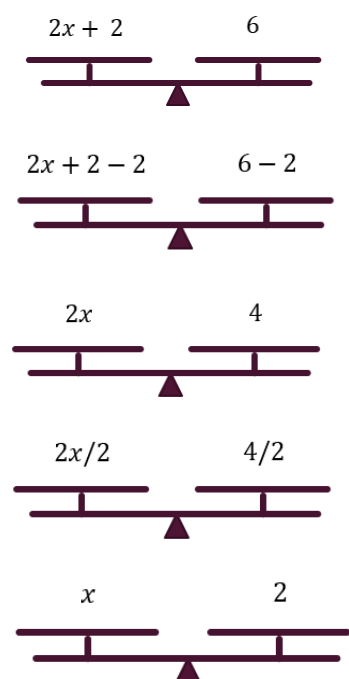
Siden skålvekten er i balanse må det bety at én x-boks tilsvarer to kuler.



Det betyr at $x = 2$

1 poeng

Kandidaten gir et eksempel på en ligning som kan illustreres ved bruk av en skålvekt. Ligningen er tilpasset elever på 5. trinn. Kandidaten tegner skålvekten og finner en løsning på ligningen, men resonnementet og/eller bruken av skålvekten er mangelfull. Nedenfor er et eksempel:



Oppgave 5b)

1 poeng

Kandidaten gir et eksempel på en ulikhet og løser denne gjennom en tilfredsstillende beskrivelse av et logisk resonnement tilpasset elever på 5. trinn. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1

Ulikhet: $x + 3 > 10$

Jeg vil først finne ut hva x må være for at de to sidene skal være like. Om jeg gjetter at $x = 8$, blir venstre side 11. Det var for mye. Om jeg gjetter at $x = 7$, blir venstre side lik 10. Da er de to sidene like. Men siden venstre side skal være større enn høyre side, må x være større enn 7.

Eksempel 2

Ulikhet: $x + 3 > 10$

Jeg tar bort 3 på begge sider av ulikhetstegnet. Da har jeg x igjen på venstre side og 7 igjen på høyre side. Det betyr at x er større enn 7.

Dersom kandidaten velger å løse ulikheten ved bruk av den formelle løsningsmetoden gis det 1 poeng om det tydelig fremkommer at det er utført like operasjoner på begge sider av ulikhetstegnet.

Oppgave 6a)

2 poeng

Kandidaten løser oppgaven på to ulike måter. Nedenfor er et eksempel:

Måte 1

v er prisen på voksenbilletten og b er prisen på barnebilletten. Jeg setter opp to ligninger:

$$b + 2v = 400$$

$$b + v = 260$$

Jeg løser den andre ligningen med hensyn på b og får at $b = 260 - v$. Dette setter jeg inn i den første ligningen: $260 - v + 2v = 400$. Videre får jeg at $v = 400 - 260 = 140$.

Nå vet jeg prisen på voksenbilletten. Dette bruker jeg til å finne prisen på barnebilletten: $b = 260 - 140 = 120$. Prisen på barnebilletten er 120 kroner.

Måte 2

Bildet til venstre viser én mer voksen enn bildet til høyre. Det betyr at prisen på voksenbilletten er 400 kroner – 260 kroner = 140 kroner. Da må prisen på barnebilletten være 260 kroner – 140 kroner = 120 kroner.

1 poeng

Kandidaten løser oppgaven på én måte.

Oppgave 6b)

2 poeng

Kandidaten løser oppgaven riktig og viser fremgangsmåten. Nedenfor er et eksempel:

v er prisen på voksenbilletten, $0,8v$ er prisen på honnørbilletten, og b er prisen på barnebilletten. Dette gi ligningssettet: $b + v + 0,8v = 400$ og $b + v = 260$.

Jeg løser ligningssettet ved å løse den andre ligningen med hensyn på b , og jeg får at $b = 260 - v$. Dette setter jeg inn i den første ligningen:

$$b + v + 0,8v = 400$$

$$260 - v + v + 0,8v = 400$$

$$0,8v = 400 - 260$$

$$0,8v = 140$$

$$v = 175$$

Da er prisen på voksenbilletten 175 kroner, barnebilletten 260 kroner $- 175$ kroner = 85 kroner, og honnørbilletten $0,8 \cdot 175$ kroner = 140 kroner.

1 poeng

Kandidaten setter opp et riktig ligningssett, men løsningen har enkelte feil. Det gis også ett poeng dersom kandidaten ikke definerer variablene, men løser oppgaven riktig og viser fremgangsmåten.

Oppgave 6c)

1 poeng

Kandidaten tar utgangspunkt i eksamensoppgaven og formulerer en oppgave som har lavere vanskegrad med tilhørende løsningsforslag. Nedenfor er et eksempel:

Du skal bare bruke bildet til venstre. Prisen for alle tre er fortsatt 400 kroner. Men du får også vite at én barnebillett koster 100 kroner. Finn prisen på én voksenbillett.

Løsningsforslag: Når barnebilletten koster 100 kroner, vet jeg at de to voksne på bildet har betalt 300 kroner til sammen. Én voksenbillett koster derfor 150 kroner.

Oppgave 7a)

1 poeng

Kandidaten avgjør at påstanden er sann av og til og begrunner svaret tilfredsstillende ved å lage talleksempler tilpasset elever på ungdomstrinnet. Nedenfor er et eksempel:

Påstanden er sann når $p = s$, for eksempel når $p = s = 1$.

Da blir høyre side $1 + 12 = 13$ og venstre side $1 + 12 = 13$.

Påstanden er ikke sann når $p \neq s$, for eksempel når $p = 1$ og $s = 2$.

Da blir høyre side $1 + 12 = 13$ og venstre side $2 + 12 = 14$.

Det vil si at påstanden er sann av og til.

Oppgave 7b)

1 poeng

Kandidaten avgjør at påstanden aldri er sann og begrunner svaret tilfredsstillende ved å lage talleksempler tilpasset elever på ungdomstrinnet. Nedenfor er et eksempel:

$q + 2 = q + 16$ er aldri sann, siden q er ett bestemt tall på begge sider av ligningen. For eksempel kan vi velge å sette inn $q = 2$ på begge sider. Da får vi ulike verdier på høyre og venstre side i ligningen:

Høyre side: $2 + 16 = 18$

Venstre side: $2 + 2 = 4$

Det vil si at påstanden $q + 2 = q + 16$ aldri er sann.

Oppgave 7c)

1 poeng

Kandidaten avgjør at påstanden er sann av og til og begrunner svaret tilfredsstillende ved å lage talleksempler tilpasset elever på ungdomstrinnet. Nedenfor er et eksempel:

Påstanden $a : b = b : a$ er sann av og til.

Det er sant for eksempel når $a = b = 3$. Da får vi at høyre side er $3 : 3 = 1$ og venstre side er $3 : 3 = 1$.

Det er ikke sant når for eksempel $a = 2$ og $b = 4$. Da får vi at høyre side er $4 : 2 = 2$ og venstre side er $2 : 4 = 0,5$.

Oppgave 8a)

1 poeng

Kandidaten avgjør at påstand 1 og 4 er feil, påstand 2 og 3 er riktig, og begrunner svarene på en tilfredsstillende måte. Nedenfor er et eksempel:

1. Påstanden er feil. Ut ifra grafen ser vi at Synne og Ingrid tjener like mye når de hver fyller 50 kurver.
2. Påstanden er riktig. Grafen viser at hvis de fyller like mange kurver, og færre enn 50 kurver hver, er Ingrids graf over Synnes graf. Når det er akkurat 50 kurver, tjener de like mye.
3. Påstanden er riktig. De tjener begge 600 kroner når de hver fyller 50 kurver. Til sammen blir det 1200 kroner.
4. Påstanden er feil. Ved å se på grafene er det større avstand mellom grafene på y -aksen enn 150 kroner når de begge fyller 76 kurver. Avstanden er over 200 kroner.

Oppgave 8b)

2 poeng

Kandidaten lager en tilfredsstillende oppgave med løsningsforslag hvor elevene går fra den grafiske representasjon i koordinatsystemet til en algebraisk representasjon. Nedenfor er et eksempel:

Oppgave: Finn funksjonsuttrykket til hver graf. Beskriv hvordan du har tenkt.

Løsningsforslag:

Grafen som er merket med blått og Synne kan ha dette funksjonsuttrykket: $y = 12x$. Funksjonsuttrykket fant jeg ved å se på skjæringspunktet mellom grafene. Det forteller at ved 50 kurver tjente de begge 600 kroner hver. Når Synnes graf starter i origo, forteller det at konstantleddet er lik null. Grafen er lineær, slik at det er fast økning på lønnen for hver kurv. Jeg tok da $600 : 50 = 12$. Synne tjener 12 kroner for hver kurv.

Grafen som er merket med rødt og Ingrid kan ha dette funksjonsuttrykket: $y = 4x + 400$. Denne grafen er også lineær. I motsetning til Synne er det her et konstantledd. Når jeg tar utgangspunkt i skjæringspunktet (50,600), må jeg så trekke fra de 400 som er konstantleddet. Jeg får da $200 : 50 = 4$. Dette viser at Ingrid tjener 4 kroner for hver kurv hun plukker. I tillegg får hun 400 kroner, uavhengig av antallet kurver hun fyller.

1 poeng

Kandidaten lager en tilfredsstillende oppgave med løsningsforslag hvor elevene går fra den grafiske representasjon i koordinatsystemet til en algebraisk representasjon, men løsningsforslaget er mangelfullt.

Oppgave 9

1 poeng

Kandidaten svarer at ii) egner seg best til å avdekke om elevene har en slik feilaktig oppfatning av likhetstegnet (at likhetstegnet betyr at en regneoperasjon skal gjennomføres).

Det er ikke krav om begrunnelse, men ii) egner seg best fordi elever som feilaktig oppfatter at en regneoperasjon skal gjennomføres vil gjennomføre addisjonen $7 + 5$ og skrive 12 over streken til høyre for likhetstegnet.

I oppgave i) er det riktig å skrive 27 etter likhetstegnet og oppgaven er ikke egnet til å avdekke en slik feilaktig oppfatning.

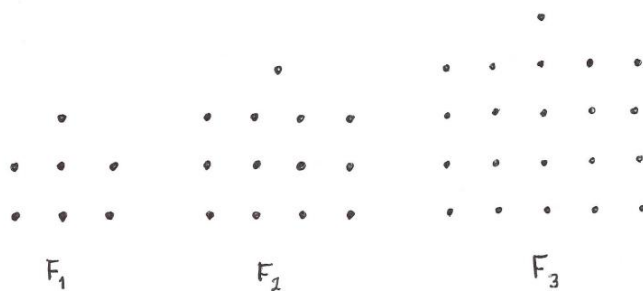
I oppgave iii) er det ingen regneoperasjoner før likhetstegnet, og oppgaven er ikke egnet til å avdekke en slik feilaktig oppfatning. Og om man leser fra høyre mot venstre blir det riktig å skrive svaret til venstre og oppgaven egner seg ikke til å avdekke en slik feilaktig oppfatning.

I oppgave iv) kan man ikke gjennomføre noen regneoperasjon til venstre for likhetstegnet fordi kun ett tall er oppgitt. Oppgaven er ikke egnet til å avdekke en slik feilaktig oppfatning.

Oppgave 10a)

1 poeng

Kandidaten tegner tre figurer som tilfredsstillende får fram et mønster. Nedenfor er et eksempel:



Oppgave 10b)

1 poeng

Kandidaten beskriver tilfredsstillende med ord sammenhengen mellom figurnummeret 3 og antallet prikker i F_3 . Nedenfor er et eksempel:

Figurene mine består av rektangler og en prikk på toppen. For eksempel består F_3 av et rektangel med sidelengder på 5 og 4 prikker i tillegg til prikken på toppen. Antallet prikker i F_3 er da lik antallet prikker i rektangelet pluss den ene på toppen. Sidelengdene på rektangelet er henholdsvis 2 og 1 større enn figurnummeret, som i F_3 er 3. Eksempelvis for F_3 er det da slik at sidelengdene 5 og 4 kan skrives som $3 + 2$ og $3 + 1$. På figuren min ser vi at det for F_3 er $(3 + 2) \cdot (3 + 1) + 1 = 5 \cdot 4 + 1 = 21$ prikker.

Oppgave 10c)

1 poeng

Kandidaten viser tilfredsstillende hvordan en finner antallet prikker i F_{10} . Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1

Vi ser på figurene fra svarene i a) og b) og konkluderer med at F_{10} består av et rektangel med sidelengder bestående av henholdsvis 12 og 11 prikker pluss en på toppen. Antallet prikker i F_{10} er da $12 \cdot 11 + 1 = 133$.

Eksempel 2

Vi ser på tallfølgen 7, 13, 21, 31, 43, ... , og vi finner at differansen mellom tallene er 6, 8, 10, 12, ... , dvs. differansen vokser alltid med 2. Da kan vi finne tall nummer 10 ved å addere oppover til vi kommer til F_{10} . 7, 13, 21, 31, 43, 57, 73, 91, 111, 133, ... Svaret er 133.

Oppgave 10d)

1 poeng

Kandidaten beskriver tilfredsstillende med ord en generell utvikling fra et tall til det neste i tallfølgen. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1

Tallene i tallfølgen øker med henholdsvis 6, 8, 10, 12, Disse tallene representerer partallene fra 6 og oppover.

Eksempel 2

Differansen mellom påfølgende tall øker med 2, og første differanse er lik 6.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun skriver at «tallene øker med 6, 8, 10, 12» eller på annen måte ikke får fram det generelle i utviklingen fra et tall til det neste.

Oppgave 10e)

1 poeng

Kandidaten viser tilfredsstillende hvordan en finner en riktig eksplisitt formel for det n -te tallet i tallfølgen. Nedenfor er et eksempel:

Jeg tar utgangspunkt i figurene jeg har laget, som alle består av et rektangel og en prikk på toppen. Jeg har i b) beskrevet sammenhengen mellom figurnummeret og antallet prikker i figuren, som er slik at sidelengdene alltid er henholdsvis 2 og 1 større enn figurnummeret. Det betyr at en eksplisitt formel for det n -te tallet kan skrives som $(n + 2) \cdot (n + 1) + 1$, som er det samme som $n^2 + 3n + 3$.

Kandidaten trenger ikke å forenkle det algebraiske uttrykket til $n^2 + 3n + 3$ for å få 1 poeng.