

**Sensorveiledning – nasjonal deleksamen GLU 5–10, 23.05.23**

Maksimal poengsum er 33. Merk at noen oppgaver skåres 1 eller 0, og andre 2, 1 eller 0.

**Oppgave 1a)****2 poeng**

Kandidaten avgjør at elev 3 svarte riktig på begge oppgavene, at elevene 1 og 2 bare svarte riktig på oppgave a), og beskriver på en tilfredsstillende måte hvordan hver elev kan ha tenkt. Nedenfor er det to eksempler:

## Eksempel 1

Elev 1 svarte riktig på a) og feil på b). Elev 1 kan ha tenkt at tallparene bare består av naturlige tall og derav at seks mulige tallpar passer i likningen.

Elev 2 svarte riktig på a) og feil på b). Elev 2 kan ha tenkt at tallparene bare består av naturlige tall og 0 og derav at åtte mulige tallpar passer i likningen.

Elev 3 svarte riktig på a) og b). Elev 3 kan ha tenkt at tallparene består av både positive og negative heltall og derav at et uendelig antall tallpar passer i likningen.

## Eksempel 2

Alle elevene svarte riktig på oppgave a), men bare elev 3 svarte riktig på oppgave b).

Elev 1 oppgir at det er seks tallpar, og det er nærliggende å tenke seg at dette er parene (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2) og (6,1), som alle er punkter i første kvadrant. Eleven utelukker punktene som ligger på  $x$ - eller  $y$ -aksen.

Svaret til elev 2 inneholder nok de samme seks punktene som elev 1 ser, men elev 2 tar trolig også med punktene (7,0) og (0,7), som ligger på aksene. Elev 1 og 2 har til felles at de forholder seg til et endelig antall tallpar i første kvadrant.

Svaret til elev 3 inneholder tallparet  $(-2,9)$ , som kan tyde på at eleven tenker seg at det finnes løsninger også utenfor første kvadrant. Elev 3 tenker muligens på likningen som en rett linje, og at det derfor finnes uendelig mange tallpar som passer i likningen.

**1 poeng**

Kandidaten avgjør at elev 3 svarte riktig på begge oppgavene, at elevene 1 og 2 bare svarte riktig på oppgave a), men beskriver ikke på en tilfredsstillende måte hvordan hver elev kan ha tenkt.

Det kan gis 1 poeng om kandidaten for eksempel skriver at elevene 1 og 2 svarte delvis riktig på oppgave b), dersom kandidaten begrunner svaret på en tilfredsstillende måte. Eksempel på dette er at elev 1 kan ha tenkt tallpar innenfor de naturlige tallene, og at elev 2 kan ha tenkt tallpar innenfor de naturlige tallene og 0. Det kreves imidlertid at kandidaten avgjør at elev 3 svarte riktig på begge oppgavene.

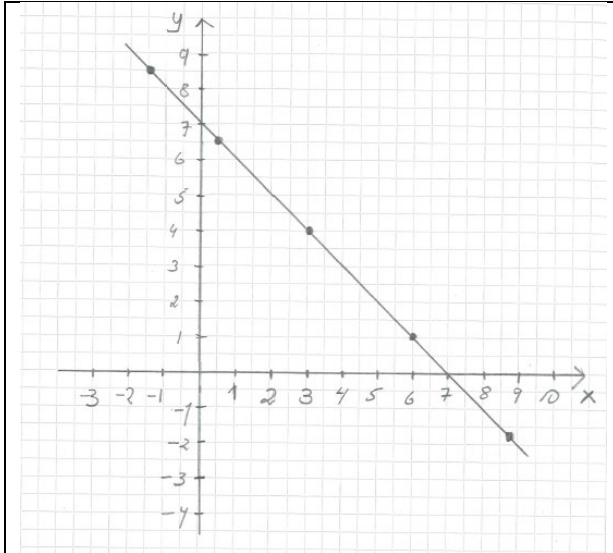
Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke klarer å skille svarene til elev 1 og elev 2 fra svaret til elev 3, eller påpeker at alle svarene er like riktige.

### Oppgave 1b)

#### 2 poeng

Kandidaten tegner grafen som representerer  $x + y = 7$  og bruker den på en tilfredsstillende måte til å finne svarene på oppgavene. Eksempel:

Nedenfor er det markert noen punkter på linja  $x + y = 7$  som tilfredsstillers likningen. To tallpar som passer i likningen er for eksempel (3,4) og (6,1).



Fordi ethvert punkt  $(x, y)$  på linja tilfredsstillers likningen, summen av  $x$  og  $y$  er alltid 7, er antallet tallpar som passer i likningen uendelig.

#### 1 poeng

Kandidaten tegner grafen som representerer  $x + y = 7$  og bruker den til å finne svarene på oppgavene, men begrunnelsene inneholder enkelte mangler. En mangel er for eksempel at det ikke er tydelig hvorfor det er et uendelig antall tallpar som tilfredsstillers likningen.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke tegner grafen som representerer  $x + y = 7$ .

### Oppgave 2

#### 2 poeng

Kandidaten beskriver tre riktige sammenhenger mellom antallet drops Cecilie har og antallet drops David har. Eksempel:

- i) Cecilie har ett drops mer enn David.
- ii) David har dobbelt så mange drops som Cecilie.
- iii) Hvis du legger et drops til det dobbelte av antallet drops Cecilie har, så får du tre ganger så mange drops som David har.

#### 1 poeng

Kandidaten beskriver to riktige sammenhenger mellom antallet drops Cecilie har og antallet drops David har.

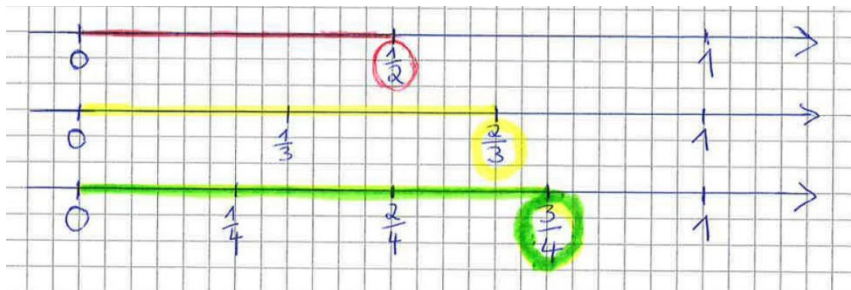
Det gis 0 poeng dersom kandidaten beskriver en eller ingen riktig sammenheng mellom antallet drops Cecilie har og antallet drops David har.

### Oppgave 3a)

#### 2 poeng

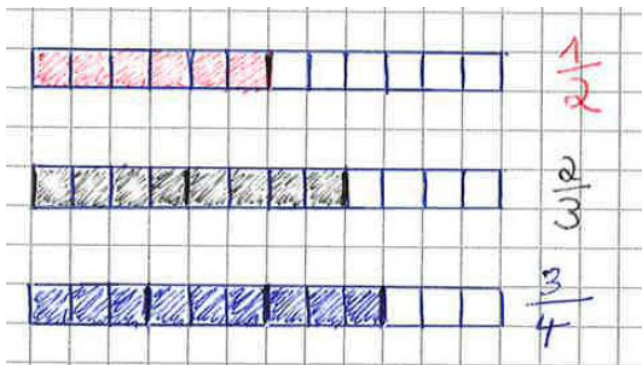
Kandidaten gir tilfredsstillende talleksempler med tilhørende illustrasjon og ordforklaring slik at andre elever kan forstå at påstanden er riktig. Nedenfor er det to eksempler.

#### Eksempel 1



Vi tar utgangspunkt i tallet  $\frac{1}{2}$ , og markerer det på en tallinje fra 0 til 1. Når vi adderer én i telleren og én i nevneren, får vi  $\frac{2}{3}$ , som vi markerer på en annen tallinje fra 0 til 1, med samme lengde. Det gule linjestykket (som er linjestykket fra 0 til  $\frac{2}{3}$ ) er lengre enn det røde linjestykket (som er linjestykket fra 0 til  $\frac{1}{2}$ ). Vi kan addere én i telleren og én i nevneren en gang til, og vi får da  $\frac{3}{4}$ . Vi markerer  $\frac{3}{4}$  på en tredje tallinje og ser at det grønne linjestykket er lengre enn det gule linjestykket. Sammenligner vi linjestykkene på de tre tallinjene, ser vi tydelig at  $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ .

#### Eksempel 2



Om vi representerer en hel med 12 ruter, utgjør  $\frac{1}{2}$  av en hel seks ruter,  $\frac{2}{3}$  av en hel åtte ruter, og  $\frac{3}{4}$  av en hel ni ruter. Eksemplene viser at dersom vi adderer én i telleren og én i nevneren, blir brøken større.

#### 1 poeng

Kandidaten gir talleksempler med tilhørende illustrasjon og ordforklaring, men med enkelte unøyaktigheter. Et eksempel på en unøyaktighet er manglende samsvar mellom illustrasjon og ordforklaring.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke bruker illustrasjon.

**Oppgave 3b)****1 poeng**

Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte at påstanden gjelder for alle brøker  $\frac{a}{a+1}$ , der  $a$  er et naturlig tall. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1

$$\frac{a}{a+1} < \frac{a+1}{a+2}$$

⇕

$$a(a+2) < (a+1)(a+1)$$

⇕

$$a^2 + 2a < a^2 + 2a + 1$$

Det som står på venstresiden er én mindre enn det som står på høyresiden, uansett hvilket tall  $a$  er. Dermed er ulikheten sann.

Eksempel 2

La  $a$  være et naturlig tall.

$$\frac{a}{a+1} < \frac{a+1}{a+2}$$

⇕

$$a(a+2) < (a+1)(a+1)$$

⇕

$$a^2 + 2a < a^2 + 2a + 1$$

⇕

$$0 < 1$$

Siden  $0 < 1$ , så gjelder også påstanden om at  $\frac{a}{a+1} < \frac{a+1}{a+2}$ .

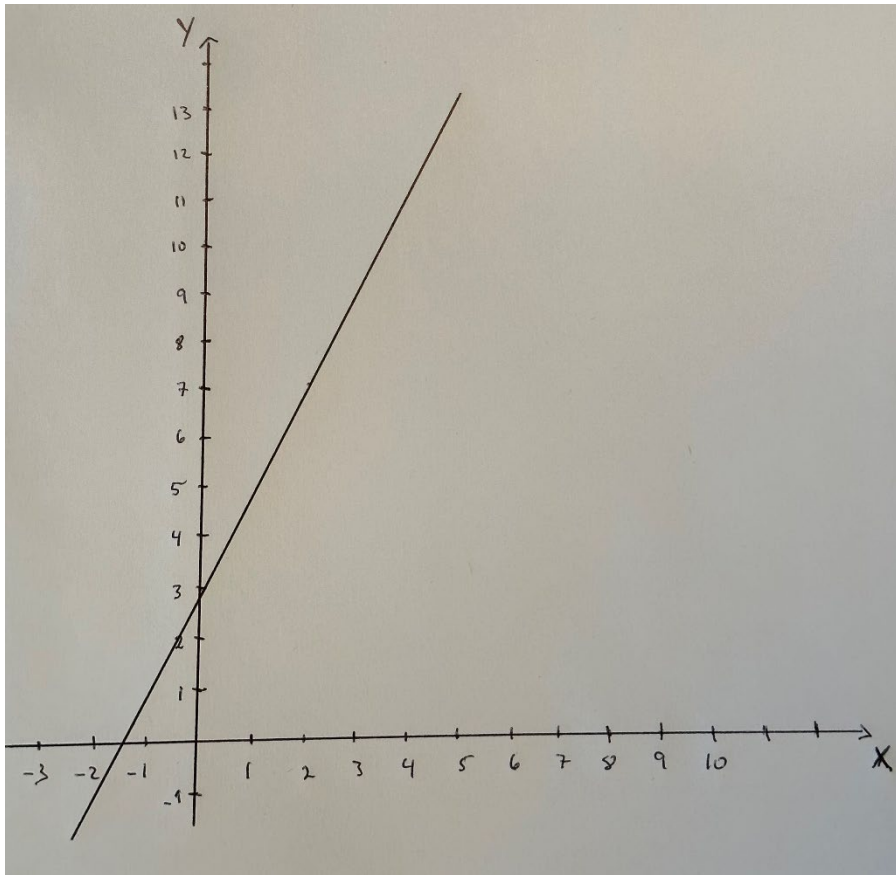
Det kreves ikke at kandidaten bruker ekvivalenspiler, kommenterer at stegene er ekvivalenser eller har med en konkluderende ordforklaring.

**Oppgave 4a)****2 poeng**

Kandidaten lager en tilfredsstillende oppgave der elever må gå fra graf til tabell og et tilfredsstillende løsningsforslag tilpasset 8. årstrinn. Eksempel:

Oppgave:

Nedenfor vises den grafiske representasjonen av en lineær funksjon.



Lag en tabell som viser sammenhengen mellom  $x$ -verdier og  $y$ -verdier.

Løsningsforslag:

$x$	0	2
$y$	3	7

For å få 2 poeng må tabellen bestå av minst to punkter på grafen, og oppgaven må inneholde en tydelig oppgaveformulering eller et spørsmål som skal besvares.

### 1 poeng

Kandidaten lager en oppgave der elever må gå fra graf til tabell og et tilhørende løsningsforslag, men oppgaven og/eller løsningsforslaget inneholder enkelte unøyaktigheter, eller er ikke tilpasset 8. årstrinn.

Eksempler på unøyaktigheter er å ikke navngi aksene i koordinatsystemet eller rader/kolonner i tabellen, at grafen er tegnet unøyaktig slik at avlesingen blir vanskelig, eller at oppgaven ikke inneholder en tydelig oppgaveformulering eller et spørsmål som skal besvares.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten bare lager en oppgave.

### Oppgave 4b)

#### 2 poeng

Kandidaten lager en tilfredsstillende oppgave der elever må gå fra funksjonsuttrykk til situasjon og et tilfredsstillende løsningsforslag tilpasset 8. årstrinn. Eksempel:

Oppgave:

Beskriv en situasjon fra dagliglivet som passer til funksjonsuttrykket  $y = 3x + 1$ .

Løsningsforslag:

På bursdagen sin fikk Ola et fotballkort, og det var hans aller første kort. Han laget deretter en avtale med foreldrene sine om at han får 3 kort i uken om han daglig rydder ut av oppvaskmaskinen. Om vi kaller antallet uker for  $x$  og totalt antall kort Ola har for  $y$ , passer denne situasjonen til funksjonsuttrykket  $y = 3x + 1$ .

#### 1 poeng

Kandidaten lager en oppgave der elever må gå fra funksjonsuttrykk til situasjon og et tilhørende løsningsforslag, men oppgaven og/eller løsningsforslaget inneholder enkelte unøyaktigheter, eller er ikke tilpasset 8. årstrinn. Et eksempel på en unøyaktighet i løsningsforslaget er å ikke definere variablene.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten bare lager en oppgave.

### Oppgave 5a)

#### 2 poeng

Kandidaten viser og beskriver på en tilfredsstillende måte hvordan elever på 5. årstrinn kan løse likningen gjennom to ulike logiske resonnement. Eksempel:

Logisk resonnement 1 (dekk-over-metoden)

Vi kan løse likningen  $\frac{4x}{6} = 2$  ved å bruke «dekk-over-metoden». Metoden handler om å dekke over ett og ett av uttrykkene som inneholder den ukjente. Det vi dekker over er nedenfor vist med bokser. Vi starter med å dekke over telleren, hvor den ukjente er. Det vi dekker over delt på 6 skal være lik 2. Det vi dekker over må da være lik 12, og vi kan konkludere med at  $4x = 12$ . Vi dekker deretter over den ukjente  $x$  og konkluderer med at det vi dekker over må være 3, fordi 4 ganger det vi dekker over er lik 12. Løsningen er derfor  $x = 3$ .

$$\frac{4x}{6} = 2$$
$$\frac{\square}{6} = 2 \quad 4x = 12$$
$$4 \cdot \square = 12 \quad \underline{\underline{x = 3}}$$

### Logisk resonnement 2 (gjett og sjekk)

Vi kan løse likningen ved hjelp av gjett og sjekk. Vi kan først gjette at den ukjente  $x$  for eksempel er 2. Telleren blir da 8, og venstre side av likningen blir  $\frac{8}{6}$ , som er forskjellig fra 2 på høyre side. Vi kan deretter gjette at den ukjente  $x$  for eksempel er 3. Telleren blir da 12, og venstre side av likningen blir  $\frac{12}{6}$ , som er lik 2.

$$\frac{4x}{6} = 2$$
$$\frac{4 \cdot 2}{6} = \frac{8}{6} \quad \text{nei}$$
$$\frac{4 \cdot 3}{6} = \frac{12}{6} = 2 \quad \text{ja}$$
$$\underline{x = 3}$$

Dermed er  $x = 3$  en løsning på likningen.

Dersom ett av de logiske resonnementene er den formelle løsningsmetoden, kan det gis 2 poeng om kandidaten viser og beskriver det på en tilfredsstillende måte tilpasset elever på 5. årstrinn.

#### 1 poeng

Kandidaten viser og beskriver på en tilfredsstillende måte hvordan elever på 5. årstrinn kan løse likningen ved bare ett logisk resonnement, eller viser og beskriver unøyaktig to ulike logiske resonnement.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten bare viser og beskriver unøyaktig ett logisk resonnement.

### Oppgave 5b)

#### 1 poeng

Kandidaten gir et tilfredsstillende eksempel på en elevforklaring i tråd med kompetansemålet. Nedenfor er tre eksempler:

##### Eksempel 1

Et tall er en løsning på en likning dersom venstre side er lik høyre side når tallet settes inn for den ukjente.

##### Eksempel 2

Dersom venstre side er lik høyre side når tallet settes inn.

##### Eksempel 3

Begge sider er like.

### **Oppgave 6a)**

#### **2 poeng**

Kandidaten lager og forklarer et likningssett med utgangspunkt i en praktisk situasjon tilpasset 10. trinn på en tilfredsstillende måte. Eksempel:

Du betaler 190 kroner for fire vannflasker og tre pizzabiter.

Dersom vi kaller prisen per vannflaske for  $x$  kroner og prisen per pizzabit for  $y$  kroner, kan vi sette opp denne likningen:  $4x + 3y = 190$ . Den viser at fire vannflasker og tre pizzabiter koster 190 kroner til sammen.

Du betaler 135 kroner for tre vannflasker og to pizzabiter.

Dersom vi fortsatt kaller prisen per vannflaske for  $x$  kroner og prisen per pizzabit for  $y$  kroner, kan vi sette opp denne likningen:  $3x + 2y = 135$ . Den viser at tre vannflasker og to pizzabiter koster 135 kroner til sammen.

Vi har nå to likninger med to ukjente, og vi setter dem opp som et likningssett:

$$4x + 3y = 190$$

$$3x + 2y = 135$$

For å få 2 poeng må kandidaten definere de to ukjente eksplisitt, eller så må det implisitt komme fram hva de ukjente er i den praktiske situasjonen.

#### **1 poeng**

Kandidaten lager et likningssett med utgangspunkt i en praktisk situasjon, men forklaringen inneholder enkelte unøyaktigheter. En unøyaktighet er for eksempel å ikke definere de to ukjente, eller at den praktiske situasjonen ikke er tilpasset elever på 10. årstrinn.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten bare lager et likningssett, eller at likningssettet ikke passer til den praktiske situasjonen.

### **Oppgave 6b)**

#### **2 poeng**

Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hvordan elever på 10. årstrinn kan løse likningssettet korrekt på to ulike måter. Eksempler er addisjonsmetoden, innsettingsmetoden, gjett og sjekk, og grafisk metode.

#### **1 poeng**

Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hvordan elever på 10. årstrinn kan løse likningssettet korrekt på bare én måte.

Det gis 0 poeng om begge løsningsmåtene er ikke-tilfredsstillende.



### **Oppgave 7a)**

#### **2 poeng**

Kandidaten avgjør at ingen av elevene svarte tilfredsstillende, og kandidaten begrunner begge avgjørelsene tilfredsstillende. Eksempel:

Ingen av elevene svarte tilfredsstillende. Elev 1 lar  $a$  betegne et konkret objekt (eple), i stedet for å betrakte  $a$  som noe som kan variere (ulike tallverdier). Elev 2 beskriver bare prosedyren for å legge sammen  $3a + 2a$ , og lager ikke en tekstoppgave som passer til uttrykket.

#### **1 poeng**

Kandidaten avgjør at ingen av elevene svarte tilfredsstillende, men begrunner bare én av avgjørelsene tilfredsstillende.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten bare avgjør at ingen av elevene svarte tilfredsstillende. Det gis også 0 poeng dersom kandidaten avgjør at minst et av svarene er tilfredsstillende.

### **Oppgave 7b)**

#### **1 poeng**

Kandidaten lager en tilfredsstillende tekstoppgave tilpasset 8. årstrinn, og definerer hva variabelen  $a$  representerer. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1

La  $a$  være kiloprisen på appelsiner. Bente kjøper tre kilo appelsiner, og Nils kjøper to kilo appelsiner. Hvor mye må de betale til sammen for appelsinene?

Eksempel 2

Signe har 2 fyrstikkesker med  $a$  antall fyrstikker i hver eske, og Edvard har 3 esker med  $a$  antall fyrstikker i hver eske. Hvor mange fyrstikker har Signe og Edvard til sammen?

### **Oppgave 7c)**

#### **2 poeng**

Kandidaten kommenterer både en styrke og en svakhet ved tekstoppgaven laget av ChatGPT. Eksempel:

En styrke ved oppgaven er at den er meningsfull og formelt sett riktig, og en svakhet er at det er uklart hva variabelen  $a$  representerer.

#### **1 poeng**

Kandidaten kommenterer bare en styrke eller en svakhet ved tekstoppgaven laget av ChatGPT.

En kandidat som ikke tydelig kommenterer en styrke eller en svakhet ved tekstoppgaven kan i noen tilfeller gis 1 poeng. For eksempel dersom kandidaten kommenterer at  $a$  betegner en volumenhet væske og gir mening til regnestykket ved at  $3a$  volumenheter og  $2a$  volumenheter gir  $5a$  volumenheter.

**Oppgave 8a)****2 poeng**

Kandidaten svarer at riktig svar på spørsmålet fra elev 3 er ja, definerer en variabel og begrunner svaret på en tilfredsstillende måte algebraisk. Eksempel:

Riktig svar på spørsmålet fra elev 3 er ja. Vi definerer  $n$  til å være et vilkårlig naturlig tall. Om vi multipliserer tallene som er én mer enn  $n$  og én mindre enn  $n$  og legger til 1, får vi  $(n + 1)(n - 1) + 1 = n^2 - 1^2 + 1 = n^2$ .

**1 poeng**

Kandidaten svarer at riktig svar på spørsmålet fra elev 3 er ja, men begrunner ikke svaret på en tilfredsstillende måte algebraisk. For eksempel defineres ikke variabelen, eller utregningen fram til  $n^2$  er ufullstendig.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun begrunner svaret ved bruk av talleksempler.

**Oppgave 8b)****2 poeng**

Kandidaten svarer at riktig svar på spørsmålet fra elev 4 er nei, definerer en variabel og begrunner svaret på en tilfredsstillende måte algebraisk. Eksempel:

Riktig svar på spørsmålet fra elev 4 er nei. Vi definerer  $n$  til å være et vilkårlig naturlig tall. Om vi multipliserer tallene som er to større enn  $n$  og to mindre enn  $n$  og legger til 1, får vi  $(n + 2)(n - 2) + 1 = n^2 - 4 + 1 = n^2 - 3$ , som er forskjellig fra  $n^2$ .

**1 poeng**

Kandidaten svarer at riktig svar på spørsmålet fra elev 4 er nei, men begrunner ikke svaret på en tilfredsstillende måte algebraisk. For eksempel defineres ikke variabelen, eller utregningen er ufullstendig.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten begrunner svaret bare ved bruk av talleksempler.

**Oppgave 9****1 poeng**

Kandidaten svarer at påstand v) er riktig.

**Oppgave 10a)****1 poeng**

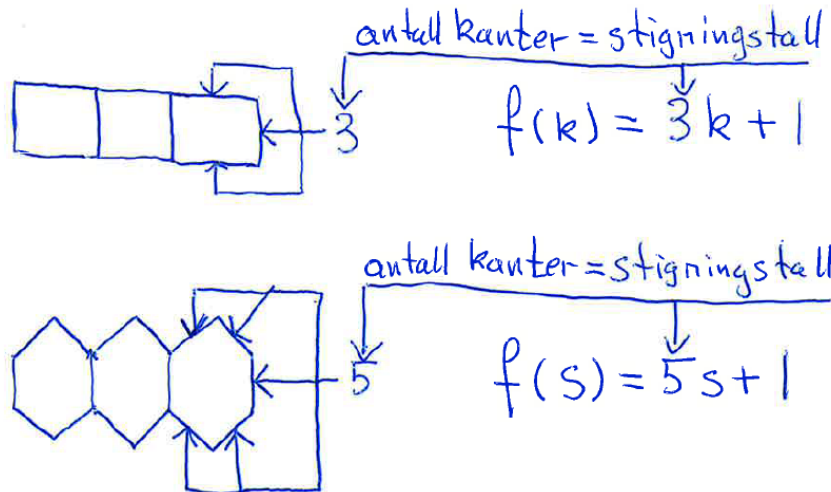
Kandidaten svarer at i)–iii) ikke er riktig og at iv) er riktig representasjon.

### Oppgave 10b)

#### 2 poeng

Kandidaten svarer at det er riktig og bruker illustrasjoner på en tilfredsstillende måte til å begrunne svaret. Eksempel:

Det er riktig at stigningstallet 3 (antallet fyrstikker som må legges til når raden øker med ett kvadrat) kan erstattes med 5 (antallet fyrstikker som må legges til når raden øker med en sekskant). Sammenhengen mellom stigningstallet og økningen i antall fyrstikker kan illustreres på denne måten:



#### 1 poeng

Kandidaten svarer at det er riktig og bruker illustrasjoner til å begrunne svaret, men illustrasjonene inneholder enkelte unøyaktigheter. Et eksempel på en unøyaktighet er at sammenhengen mellom stigningstallet og økningen i antall fyrstikker er mangelfullt illustrert.