Sensorveiledning – nasjonal deleksamen GLU5–10, 19.05.22

Maksimal poengsum er 32 poeng. Merk at noen oppgaver skåres 1 eller 0, og andre 2, 1 eller 0.

Oppgave 1a)
1 poeng
Kandidaten oppgir at elev 2 regner riktig og begrunner svaret tilstrekkelig, for eksempel at det bare er elev 2 som bruker prioriteringsreglene riktig, som blant annet sier at det skal multipliseres før det adderes.

Det gis 0 poeng om kandidaten gir en utilstrekkelig begrunnelse for at elev 2 regner riktig.

Oppgave 1b)
1 poeng
Kandidaten velger en hensiktsmessig situasjon fra hverdagslivet og beskriver den tilstrekkelig godt. Eksempel på besvarelse:

Per kjøper et eple til 5 kroner og tre ferskener til 10 kroner per stykk. Han må totalt betale kroner $5 + 3 \cdot 10 = 35$.
Det gis også 1 poeng om kandidaten beskriver en situasjon som tilfredsstiller $3 \cdot 10 + 5$.

Det gis 0 poeng dersom situasjonen fra hverdagslivet ikke er tilstrekkelig beskrevet.

Oppgave 1c)
2 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig at det er naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1, og begrepet variabel til oppgave 2. Eksempel på besvarelse:

Oppgave 1 handler om å løse en likning. Når likningen løses, finner vi verdien(e) til bokstavene som gjør uttrykkene på høyre- og venstresiden av likhetstegnet like. Før likningen løses er verdien(e) til disse bokstavene ukjente for oss. Det er derfor naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1. Oppgave 2 handler om å trekke sammen et algebraisk uttrykk. Vi skal ikke finne verdien(e) til bokstavene, bokstavene representerer her uendelig med tall, og med det kan si at de variere. Det er derfor naturlig å knytte begrepet variabel til oppgave 2.

1 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig at det er naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1, eller begrunner tilstrekkelig at det er naturlig å knytte begrepet variabel til oppgave 2. Kandidaten kan alternativt delvis begrunne at det er naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1, og delvis begrunne at det er naturlig å knytte begrepet variabel til oppgave 2. Med «delvis begrunnelse» menes at begrunnelsen har noen uklarheter.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun knytter begrepene variabel og ukjent til riktige oppgaver uten eller med for svak begrunnelse.

Oppgave 2ai)
1 poeng
Kandidaten beskriver tilstrekkelig godt en feiltenking, slik som at eleven ser teller og nevner hver for seg: Eleven løser likningen $x + 1 = 2$ i telleren og får $x = 1$. Eleven løser deretter likningen $x + 3 = 5$ i nevneren og får $x = 2$. Eleven setter så dette sammen til uttrykket $\frac{1}{2}$.

Oppgave 2aii)
2 poeng
Kandidaten viser tilstrekkelig godt på to måter at «en halv» ikke er en løsning. Tre eksempler på besvarelser:

- Å sette inn $x = \frac{1}{2}$ i likningen:
  Venstresiden blir da $\frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}+3} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{7}$, som er forskjellig fra høyresiden $\frac{2}{5}$.
- Å løse likningen for hånd:
  $\frac{x+1}{x+3} = \frac{2}{5}$
  $(x + 1) \cdot 5 = 2(x + 3)$
  $5x + 5 = 2x + 6$
  $5x - 2x = 6 - 5$
  $3x = 1$
  $x = \frac{1}{3}$, og dette er forskjellig fra $\frac{1}{2}$
- Å løse likningen med CAS:

  $\text{eq1}: \frac{x+1}{x+3} = \frac{2}{5}$

  Solve(eq1, x)

  $\rightarrow \left\{x = \frac{1}{3}\right\}$

1 poeng
Kandidaten viser tilstrekkelig godt på én måte at «en halv» ikke er en løsning.

Oppgave 2b)
2 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig godt at $x = -1$ er en løsning og at $x = -3$ ikke er en løsning. Eksempler på måter en kan begrunne på:

- Å sette inn $x = -1$ og sjekke at venstresiden av likningen blir 0, og å sette inn $x = -3$ og presisere at denne x-verdien ikke er en løsning fordi nevneren blir 0.
- Å løse likningen og kommentere begge elevsvar samtidig. Dersom kandidaten løser likningen ved å multiplisere med $x + 3$ på begge sider av likhetstegnet, og så finner $x = -1$ som løsning, så må det kommenteres at $x + 3$ er forskjellig fra 0 når $x = -1$.
  (Dersom kandidaten kun løser likningen $x + 1 = 0$, f.eks. ved å kommentere at hele brøken er 0 dersom telleren er 0 og så finner $x = -1$ som løsning, så må kandidaten også kommentere at $x + 3$ er forskjellig fra 0 når $x = -1$.)

1 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig godt enten at $x = -1$ er en løsning eller at $x = -3$ ikke er en løsning, eller kandidaten begrunner med enkelte unøyaktigheter både at $x = -1$ er en løsning og at $x = -3$ ikke er en løsning. Et eksempel på en unøyaktighet er å ikke kommentere at $x + 3$ er forskjellig fra 0 når $x = -1$.

Det gis 0 poeng om kandidaten kun begrunner med enkelte unøyaktigheter enten at $x = -1$ er en løsning eller at $x = -3$ ikke er en løsning. Det gis også 0 poeng dersom begrunnelser mangler.

Oppgave 2c)
1 poeng
Kandidaten finner en verdi for a og en verdi for b som gjør at løsningen av likningen er $x = \frac{1}{2}$, for eksempel ved å sette inn $x = \frac{1}{2}$ og få en forkortet brøk $\frac{3}{7}$:

$$\frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + 3} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{7}$$

Verdiene $a = 3$ og $b = 7$ gir løsningen $x = \frac{1}{2}$.

Det gis også 1 poeng dersom kandidaten foreslår eller «gjetter seg fram» til verdier for a og b. Dette kan f.eks. være å skrive $a = 3$ og $b = 7$ eller $a = 6$ og $b = 14$, og deretter vise at dette stemmer ved enten å sette inn $x = \frac{1}{2}$ som over, eller ved å løse en likning slik som denne:

$$\frac{x + 1}{x + 3} = \frac{3}{7}$$
$$(x + 1) \cdot 7 = 3 \cdot (x + 3)$$
$$7x + 7 = 3x + 9$$
$$7x - 3x = 9 - 7$$
$$4x = 2$$
$$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Oppgave 3a)
2 poeng
Kandidaten beskriver en situasjon fra hverdagslivet og definerer variablene på de to aksene tilstrekkelig godt. Eksempel på besvarelse:

Lise kjøper havre til hesten og betaler 2 kroner pr. kilo. I tillegg må hun betale 5 kroner for emballasjen. Variabelen på den horisontale aksen, for eksempel x, representerer antall kilo havre, og variabelen på den vertikale aksen, for eksempel y, representerer totalpris i kroner.

1 poeng
Kandidaten beskriver en situasjon fra hverdagslivet, men definerer ikke tilstrekkelig godt hva variablene på aksene representerer (for eksempel at kandidaten kun definerer variablene, x og y, som kilo og kroner). Det gis også 1 poeng dersom situasjonen fra hverdagslivet er

utilstrekkelig beskrevet så lenge kandidaten definerer tilstrekkelig hva variablene på aksene representerer.

Det gis 0 poeng dersom situasjonen fra hverdagslivet er utilstrekkelig beskrevet og variablene på aksene er utilstrekkelig definert, eller dersom kandidaten beskriver en situasjon som ikke kan uttrykkes ved den grafiske representasjonen.

Oppgave 3b)
1 poeng
Kandidaten lager en tabell som korrekt representerer funksjonen. Det er tilstrekkelig å lage en tabell med to tallpar, siden grafen representerer en rett linje. Eksempel på besvarelse:

x	2	4
y	9	13

Det gis 0 poeng dersom tabellen er ufullstendig, for eksempel ved at det ikke er klart hvilke variabler tallene i tabellen representerer.

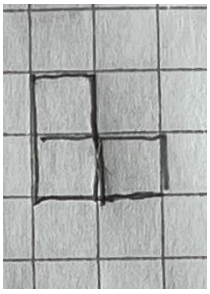
Oppgave 3c)
1 poeng
Kandidaten lager et riktig funksjonsuttrykk, for eksempel $y = 2x + 5$, og viser på en tilstrekkelig måte hvordan han kom fram til funksjonsuttrykket. Eksempler på framgangsmåter:

1) Sette inn tallpar i $y = ax + b$ for å regne ut hva a og b er.
2) Henvise til hvor grafen skjærer den vertikale aksen for deretter å henvise til at grafen stiger med 2 når x øker med 1 (alternativt å regne ut stigningstallet ved å sette inn tallpar).

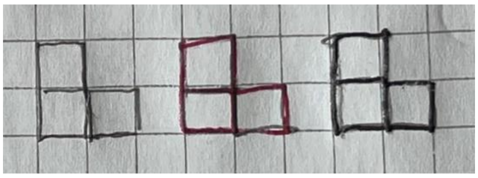
Det gis 0 poeng dersom kandidaten har feil funksjonsuttrykk, eller lager riktig funksjonsuttrykk uten å vise tilstrekkelig framgangsmåte.

Oppgave 4a)
2 poeng
Kandidaten svarer at påstanden er riktig, gir et talleksempel med tilhørende illustrasjoner og ordforklaringer slik at andre elever kan forstå om påstanden er riktig eller feil. Eksempel på besvarelse:

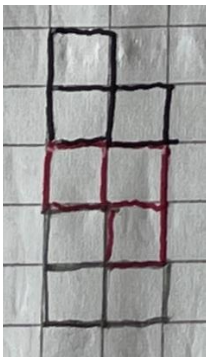
Et talleksempel er $3(2 + 1)$, hvor en kan illustrere summen, $2 + 1$, som to blokker med henholdsvis 2 ruter og 1 rute i hver blokk:



Talleksemplet har 3 slike summer:



Ved å plassere disse 3 oppå hverandre og rotere den midterste, får vi følgende:



Illustrasjonen viser nå 4 par lagt oppå hverandre og en til overs på toppen, og en kan derfor hevde at det illustrerer et oddetall fordi partall kan illustreres ved par og ingen til overs, mens oddetall alltid har én til overs. Påstanden er derfor trolig riktig.

1 poeng
Kandidaten svarer at påstanden er riktig, gir et talleksempel med tilhørende illustrasjoner og ordforklaringer slik at andre elever kan forstå om påstanden er riktig eller feil, men med enkelte unøyaktigheter. Et eksempel på en unøyaktighet er at det er mangelfulle eller manglende ordforklaringer til illustrasjonene.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke bruker illustrasjon.

Oppgave 4b)
2 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig godt algebraisk at påstanden er riktig. Eksempel på besvarelse:

Vi kaller det første oddetallet for $2n + 1$, partallet for $2m$, og det siste oddetallet for $2k + 1$, hvor n, m og k er vilkårlige heltall. Vi får da $(2n + 1) \cdot (2m + 2k + 1) = 4nm + 4nk + 2n + 2m + 2k + 1 = 2(2nm + 2nk + n + m + k) + 1$, som alltid er et oddetall. Påstanden er derfor riktig.

For å få 2 poeng kreves det at kandidaten definerer de algebraiske uttrykkene for oddetall og partall og bruker ulike variabler.

1 poeng
Kandidaten begrunner algebraisk at påstanden er riktig, men med enkelte unøyaktigheter. Eksempel på en unøyaktighet er å bruke den samme variabelen for alle uttrykkene.

Det gis 0 poeng om kandidaten for eksempel begrunner ved bare å vise talleksempler.

Oppgave 5ai)
1 poeng
Kandidaten finner riktig svar på tallgåten ved utforsking, for eksempel slik:

De tosifrete tallene med tverrsum ni er 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72 og 81. En utforsking av disse tallene viser at tallverdien øker med 45 bare fra 27 til 72. Læreren tenker derfor på tallet 27.

Oppgave 5aii)
1 poeng
Kandidaten finner riktig svar på tallgåten ved å sette opp et likningssystem og løse det algebraisk, for eksempel slik:

Et generelt tosifret tall kan representeres algebraisk som $10a + b$, hvor a representerer sifferet på tierplassen og b representerer sifferet på enerplassen. Informasjonen i tallgåten gir følgende likningssystem:

I $\quad (10b + a) - (10a + b) = 45 \quad \Leftrightarrow \; 9b - 9a = 45$

II $\quad a + b = 9 \Leftrightarrow b = 9 - a$

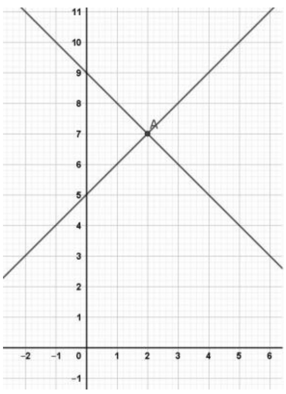
Vi setter likning II inn i likning I:
$9 \cdot (9 - a) - 9a = 45$
$81 - 9a - 9a = 45$
$18a = 36$
$a = 2$

Vi setter $a = 2$ inn i likning II og får $b = 9 - 2 = 7$. Tallet læreren tenker på er derfor 27.

Det godtas også bruk av addisjonsmetoden eller at likningssettet løses algebraisk ved bruk av CAS.

Oppgave 5b)
2 poeng
Kandidaten bruker et graftegningsverktøy på hensiktsmessig måte (legger ved utklippsbilde(r) og beskriver løsningen) til å finne en grafisk løsning på tallgåten, for eksempel slik:

Vi tar utgangspunkt i likningssystemet som tallgåten gir, se aii), og skriver de to likningene, $9y - 9x = 45$ og $x + y = 9$, der x representerer sifferet på tierplassen og y representerer sifferet på enerplassen, inn i Geogebra.



Grafene til disse to likningene har skjæringspunktet $(x, y) = (2,7)$. Tallet som læreren tenker på er derfor 27.

1 poeng
Kandidaten bruker et graftegningsverktøy til å finne en grafisk løsning på tallgåten, men besvarelsen inneholder enkelte unøyaktigheter. Et eksempel på en unøyaktighet er å ikke eksplisitt skrive at løsningen er 27.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten påstår at løsningen er 72.

Oppgave 5c)
1 poeng
Kandidaten beskriver to muligheter bruk av digitale verktøy kan gi i arbeidet med å løse oppgaver innenfor algebra, for eksempel:

- Digitale verktøy kan gi muligheter til å anvende ulike (og flere) representasjoner, som kan gjøre at man får en bedre forståelse.
- Digitale verktøy kan gi muligheter for visuell representasjon, som kan gjøre det enklere å finne løsning(er).
- Digitale verktøy kan effektivisere løsningsprosessen, ved at man slipper å lage grafiske representasjoner for hånd, og gjøre det enklere å lese av nøyaktig(e) løsning(er).
- Digitale verktøy kan gi muligheter til å utforske ulike tilfeller systematisk, for eksempel bruk av Excel på oppgave ai).

Det gis 0 poeng om kandidaten bare beskriver én mulighet som bruk av digitale verktøy kan gi i arbeidet med å løse oppgaver innenfor algebra.

Oppgave 6a)
1 poeng
Kandidaten svarer at eleven svarer riktig, og kandidaten bruker figurene til å gi en tilstrekkelig god og elevtilpasset begrunnelse. To eksempler på besvarelser:

1) Ved å bruke elevsvaret, finner vi at antall stoler er $(1+1)\cdot 2 = 2\cdot 2 = 4$ på figur 1, at antallet er $(2+1)\cdot 2 = 3\cdot 2 = 6$ på figur 2 og at antallet er $(3+1)\cdot 2 = 4\cdot 2 = 8$ på figur 3. Dette er riktig for hver av de tre figurene, og siden mønsteret fortsetter er det mest sannsynlig riktig for påfølgende figurer også. Eleven svarer riktig.

2) Elevpåstanden «man tar antall bord og legger til én» representerer stolene på den ene langsiden av bordrekken samt den ene endestolen. Det ser vi gjelder for alle figurene. Elevpåstanden «deretter ganger man med to» medfører at en inkluderer stolene på den andre langsiden samt den andre endestolen, som også gjelder for alle figurene. Eleven svarer derfor riktig.

Kandidaten trenger ikke å gjenta oppgaveteksten om at mønsteret fortsetter utover de tre figurene for å få 1 poeng.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun svarer at elevsvaret er riktig (uten begrunnelse) eller påstår at elevsvaret er feil.

Oppgave 6b)
2 poeng
Kandidaten gir to tilstrekkelige begrunnelser for at slike figurtalloppgaver passer elever på mellomtrinnet, og kandidaten henviser tydelig til læreplanen i matematikk. To eksempler på besvarelser:

1) På figurtalloppgaver av denne typen identifiserer elever mønstre og kommuniserer sammenhenger på et matematisk språk. I læreplanen står det under kjerneelementet 'Utforsknig og problemløsning' at «... matematikk handler om at elevane leiter etter mønster, finn samanhengar og …». Under 'Grunnleggende ferdigheter' og den muntlige ferdigheten står det at «Utviklinga av munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å bruke kvardagsspråk til gradvis å bruke eit meir presist matematisk språk».

2) Figurtalloppgaver av denne typen handler om å utforske sammenhenger i mønstre, og denne utforskingen er en forutsetning for at elevene skal kunne generalisere. I læreplanen står det under 'Kompetansemål og underveisvurdering' etter 6. trinn at «Elevane viser og utviklar og kompetanse i faget når dei bruker ulike representasjonar og strategiar for å utforske samanhengar i arbeid med mønster, geometriske figurar …». Under kjerneelementet 'Matematiske kunnskapsområde' står det at «Algebra handlar om å utforske strukturar, mønster og relasjonar og er ein viktig føresetnad for at elevane skal kunne generalisere og modellere i matematikk».

For å få 2 poeng kreves det altså at henvisningene til læreplanen koples til figurtalloppgaver.

1 poeng
Kandidaten bruker læreplanen i matematikk til å gi bare én tilstrekkelig begrunnelse for at slike figurtalloppgaver passer elever på mellomtrinnet. Det gis også 1 poeng dersom kandidaten bruker læreplanen i matematikk til å gi to «delvise begrunnelser». Med «delvis begrunnelse» menes at begrunnelsen har noen uklarheter. Et eksempel på en delvis begrunnelse er at kandidaten bare viser til læreplanen uten eksplisitt å kople det til figurtalloppgaver.

Oppgave 6c)
2 poeng
Kandidaten viser tilstrekkelig godt på to måter, den ene ved bruk av likning, hvor mange bord som trengs for å ha sitteplasser til 33 personer. Eksempler på to måter:

Måte 1
Det sitter én person på hver endestol. Det betyr at det skal sitte $33 - 2 = 31$ personer på de to «langsidene». På hvert bord kan det sitte 1 person på hver «langside». Siden $16 \cdot 2 = 32$, må vi bruke 16 bord for å ha sitteplass til 33 personer (det blir én plass til overs).

Måte 2, bruk av likning
Dersom vi lar x betegne antall bord, får vi likningen $2x + 2 = 33$ som kan løses algebraisk:

$$\begin{aligned} 2x + 2 &= 33 \\ x &= 15{,}5 \end{aligned}$$

Dette betyr at vi må ha 16 bord for å ha sitteplass til 33 personer (det blir én plass til overs).

Ved bruk av likning (og den andre måten) må kandidaten konkludere med at antall bord er 16.

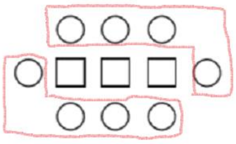
1 poeng
Kandidaten viser tilstrekkelig godt hvor mange bord som trengs på bare én måte.

Det gis 0 poeng dersom ingen av måtene er tilstrekkelige, det vil si at det gis ikke poeng dersom bare riktig svar oppgis.

Oppgave 6d)
2 poeng
Kandidaten bruker figurene på en hensiktsmessig måte til å vise hvordan man, på to ulike måter, kommer fram til en eksplisitt og riktig formel for antall stoler når antall bord er kjent. Eksempler på to måter:

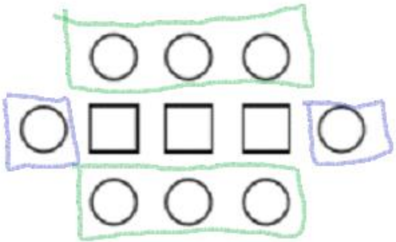
1) Med utgangspunkt i elevsvaret ser vi at antall stoler på for eksempel figur 3 kan bestemmes ved å tenke at man har to grupper med én mer enn antall bord. De to gruppene er markert med rødt.

Figur 3



Ved å tenke slik, finner vi at på figur 3 er antall stoler lik $2 \cdot (3 + 1)$. Dette mønsteret fortsetter. Hvis b betegner antall bord og s betegner antall stoler, får vi formelen $s = 2 \cdot (b + 1)$ for antall stoler når antall bord er kjent.

2) Vi kan ta utgangspunkt i at det er like mange stoler på hver langside av det sammensatte bordet som det er bord. Nedenfor har vi på figur 3 markert dette med grønt. I tillegg har vi én stol på hver kortside, markert med blått.



Ved å tenke slik, finner vi at på figur 3 er antall stoler lik $2 \cdot 3 + 1 + 1 = 2 \cdot 3 + 2$. Dette mønsteret fortsetter. Hvis b betegner antall bord og s betegner antall stoler, får vi formelen $s = 2b + 2$ for antall stoler når antall bord er kjent.

1 poeng
Kandidaten bruker figurene på en hensiktsmessig måte til å vise hvordan man på én måte kommer fram til en eksplisitt og riktig formel for antall stoler når antall bord er kjent. Det gis også 1 poeng dersom kandidaten kommer fram til en eksplisitt og riktig formel på to ulike måter, men sammenhengen mellom figurene og formlene er ikke helt tydelig.

Det gis 0 poeng om kandidaten bare oppgir eksplisitte og riktige formler.

Oppgave 7
2 poeng

Kandidaten avgjør at påstand i) og ii) beskriver feil ved elevens løsning og påstand iii) og iv) ikke beskriver feil, og at påstand ii) er den som best beskriver hva som er feil ved elevens løsning.

Det kreves ikke begrunnelser, men begrunnelser for at i) og ii) beskriver feil er: Den distributive lov brukes feil i overgangen mellom linje 3 og 4 i elevsvaret. Den distributive loven kan bare brukes når en har felles faktorer i leddene, men her representerer tallet 2 to hele i det blandete tallet $2\frac{6}{6} = \frac{18}{6}$. Påstand i) beskriver at den distributive loven er brukt feil (som er riktig), men feilen som gjøres beskrives i detalj i påstand ii). Dermed beskriver ii) best hva som er feil ved elevens løsning.
Alternativ iii) og iv) beskriver ikke feil eleven gjør, men er alternativer til hva eleven kunne ha gjort.

1 poeng
Kandidaten avgjør bare at påstandene i) og ii) beskriver feil som eleven gjør, eller avgjør bare at påstand ii) best beskriver hva eleven gjør feil.

Det gis 0 poeng om kandidaten oppgir at iii) og/eller iv) beskriver feil ved elevens løsning.