NASJONAL DELEKSAMEN I MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRER-UTDANNINGEN

GLU 5–10

BOKMÅL

Dato: 30.11.21

Eksamenstid: 9:00–13:30
(medregnet 30 minutter til å laste opp eventuelle bilder og kontrollere innsendingen av besvarelsen)

Hjelpemiddel: Alle

Veiledning til hvordan besvare eksamensoppgavene:
Besvarelsen skal leveres som én fil, laget i et tekstbehandlingsprogram som Microsoft Word eller lignende. Det er i hovedsak to oppgavetyper:

- Oppgaver der du skriver svaret ditt i form av tekst
- Oppgaver der du skriver svaret i form av utregninger/illustrasjoner

Når du skal regne/illustrere, eller du skal skrive et svar som krever bruk av formler og tegn, kan du gjøre det på papir og ta bilde med mobiltelefonen. Du kan også illustrere direkte i tekstfilen eller i et program du velger å bruke som f.eks. GeoGebra. Du må da ta skjermbilde av løsningen din, eller bruke utklippsverktøy. Lim illustrasjonen inn i Word-dokumentet/tekstfilen. Det er kandidatens eget ansvar å sørge for at det går tydelig frem av besvarelsen hvordan hver enkelt oppgave er løst.

Husk å kun oppgi **kandidatnummeret** ditt øverst i besvarelsen.

Antall oppgaver: 9
Antall deloppgaver: 19
Maksimalt antall poeng: 31

Tabellen viser maksimalt poeng pr. deloppgave.

1		2	3			4	5		6			7	8				9	
a)	b)		a)	b)	c)		a)	b)	a)	b)	c)		a)	b)	c)	d)	a)	b)
2	1	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1

Oppgave 1

Julie går på 9. trinn og skal bruke hoderegning til å regne ut 74 % av 50. Julie tenker seg om og spør deg som lærer: Kan jeg da like godt regne ut 50 % av 74?

a) i) Hva svarer du? Begrunn svaret uten å regne.

Julie tenker seg om på nytt og spør deg: Kan jeg alltid gjøre det på denne måten?

ii) Hva svarer du? Bruk algebra til å begrunne svaret.

Til slutt spør Julie deg: Er det lurt av meg å alltid gjøre det på denne måten?

b) Hva svarer du? Begrunn svaret.

Oppgave 2

Elever på 8. trinn arbeider med å utforske grafer til lineære funksjoner.

Lag en oppgave der elevene skal bruke et dynamisk geometriprogram til å utforske stigningstall og konstantledd til lineære funksjoner. Lag et løsningsforslag til oppgaven. Løsningsforslaget skal inneholde bilder av utforskingen i det dynamiske geometriprogrammet.

Oppgave 3

Denne oppgaven ble gitt til elever på 8. trinn:

> Et 40 cm langt trestykke ble kuttet i tre deler. Uttrykkene nedenfor representerer lengdene (i cm) til de tre delene:
>
> $$x + 6$$
>
> $$2x - 5$$
>
> $$x + 7$$
>
> Hvor lang er den lengste delen (i cm)?

a) Svar på oppgaven. Vis framgangsmåten.

Elever kan møte ulike utfordringer når de løser oppgaven.

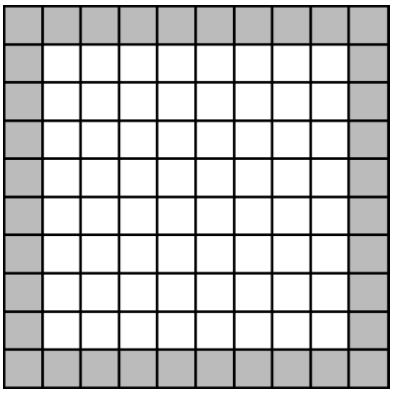
b) Gi to eksempler på slike utfordringer.

Oppgave a) handler om å finne uttrykket som representerer den lengste delen av trestykket. Tenk deg at en elev lurer på om dette uttrykket alltid representerer den lengste delen, uavhengig av lengden til trestykket.

c) Hva må totallengden av trestykket minst være for at et av de to andre uttrykkene skal representere den lengste delen? Vis framgangsmåten.

Oppgave 4

En lærer ber elevene sine studere kvadrater av ulike størrelser. Størrelsen på kvadratet bestemmes av antall grå kvadrater langs kantene, slik som illustrert i figuren for et 10 x 10-kvadrat:



Elevene skal finne et uttrykk for antall grå kvadrater for et vilkårlig stort kvadrat bestående av n grå kvadrater langs hver av sidekantene. Elevene skal også forklare hvorfor uttrykket deres gir antall grå kvadrater i et stort kvadrat av vilkårlig størrelse n x n. Nedenfor finner du svarene til fem elever.

Avgjør for hvert svar i) – v) om det viser eller ikke viser at eleven mest sannsynlig har forstått hvorfor uttrykket sitt er riktig (du behøver ikke å begrunne svaret ditt).

i) Om du starter å telle nederst på den venstre ytterkanten og teller ruter opp til hjørnet på toppen, og deretter teller du fra og med venstre hjørnet på toppen frem til høyre hjørne, og fortsetter du slik så får du 4 grupper med likt antall ruter og hver gruppe inneholder 1 rute mindre enn n, så du får $4(n-1)$.

ii) Jeg kom frem til $n+2(n-1)+(n-2)$ fordi på toppen av kvadratet så er det n grå ruter. Det er da igjen $n-1$ grå ruter for hver av sidekantene, og da er det $n-2$ grå ruter på kanten i bunnen.

iii) På innsiden av det store kvadratet med n ruter er det et nytt kvadrat med sidekanter $n-2$, som består av hvite ruter. Om vi da beregner det totale antallet ruter i begge kvadratene og tar differansen, finner vi antall grå ruter, det vil si jeg fikk $n^2-(n-2)^2$.

iv) Jeg får $4(n-2)+4$ fordi det er 36 grå ruter. Når jeg setter inn 10 for n i $4(n-2)+4$, så får jeg 36 som er riktig svar.

v) Jeg kom frem til uttrykket $2n+2(n-2)$ så jeg får $2n+2n-4$ som er lik $4n-4$, og siden dette ikke er avhengig av n, så vil det gjelde samme hva n er.

Oppgave 5

Denne oppgaven (tallgåte) ble gitt til elever på 9. trinn:

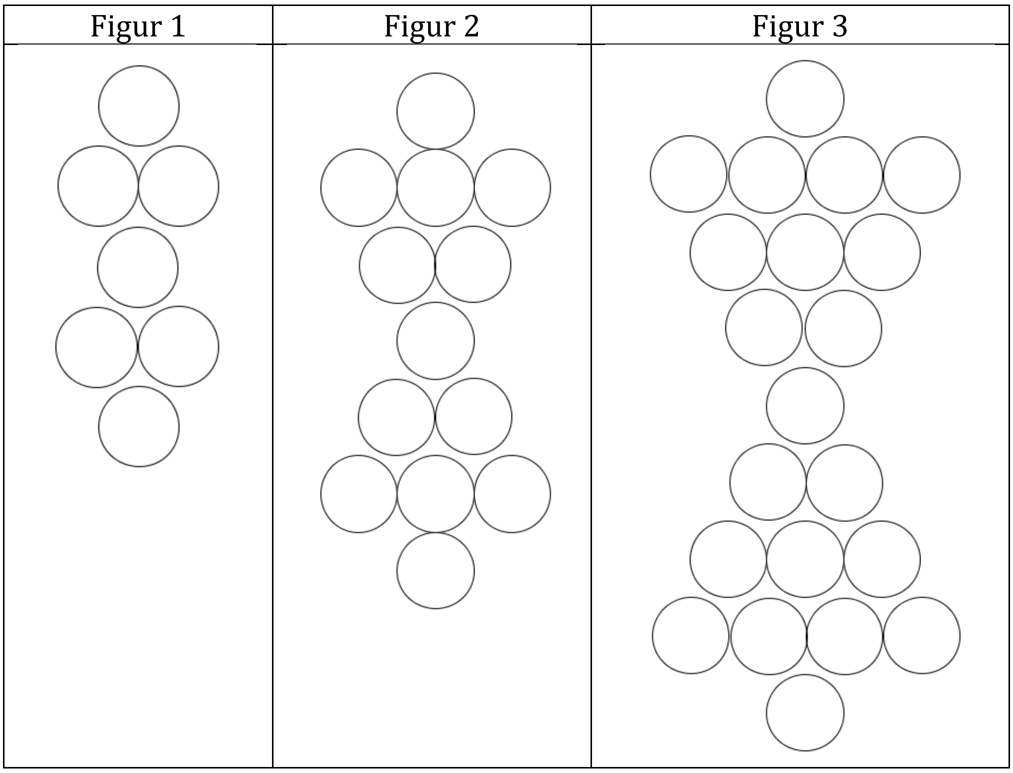
Tenk på et tall, kvadrer tallet og subtraher 1. Divider resultatet med én mindre enn tallet du tenkte på. Fra dette svaret skal du subtrahere tallet du opprinnelig tenkte på. Hvilket svar får du?

a) Utfør oppgaven for tre ulike tall. Vis utregningene.
   Formuler deretter en hypotese om hvilket svar en kan forvente å få.

b) Vis at hypotesen er riktig ved å bruke algebra.
   Kan en «tenke på» et hvilket som helst tall? Begrunn svaret.

Oppgave 6

De tre første figurtallene i tallfølgen $7, 13, 21, ...$ er illustrert med et antall sirkler slik:



a) Bruk illustrasjonene til å beskrive en generell mønsterutvikling fra en figur til den neste (rekursiv mønsterutvikling). Beskrivelsen skal være tilpasset bruk i undervisningssammenheng på 7. trinn.

b) Bestem det størst mulige figurtallet en kan lage med 100 sirkler, uten å bruke en eksplisitt formel. Vis framgangsmåten.

c) Bruk illustrasjonene til å vise hvordan du kommer fram til en eksplisitt formel for antall sirkler i figur n på to ulike måter. Sammenhengen mellom illustrasjonene og formelen skal komme tydelig frem.

Oppgave 7

Elever på 10. trinn kommer med følgende påstander:

Påstand 1: Summen av fem påfølgende heltall er alltid delelig med fem.
Påstand 2: Summen av seks påfølgende heltall er aldri delelig med seks.
Påstand 3: Summen av sju påfølgende heltall er bare noen ganger delelig med sju.

Vis algebraisk hvordan du som lærer vil begrunne for hver påstand om den er riktig eller feil.

Oppgave 8

Elever på 7. trinn skal tolke det algebraiske uttrykket $2(a+b)+3$ og kommer med følgende påstander:

Påstand 1: Du legger til tre til to ganger a pluss b.
Påstand 2: Du ganger to med summen av a og b og så legger du til tre.
Påstand 3: Du ganger to med a og så legger til to ganger b og så legger du til tre til slutt.

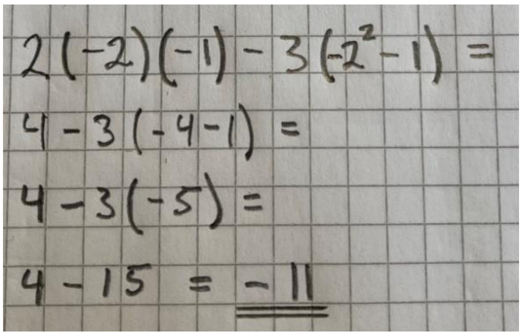
a) Oversett hver påstand til et algebraisk uttrykk.
b) Avgjør for hver påstand om den er ekvivalent med uttrykket $2(a+b)+3$.

Gitt følgende oppgave med tilhørende elevbesvarelse:

Oppgave:

Bestem verdien av uttrykket $2ab - 3(a^2 - b)$ når $a = -2$ og $b = -1$.

Elevbesvarelse:



c) Eleven løste oppgaven feil, men fikk likevel riktig svar. Identifiser hvilke(n) feil eleven gjorde.

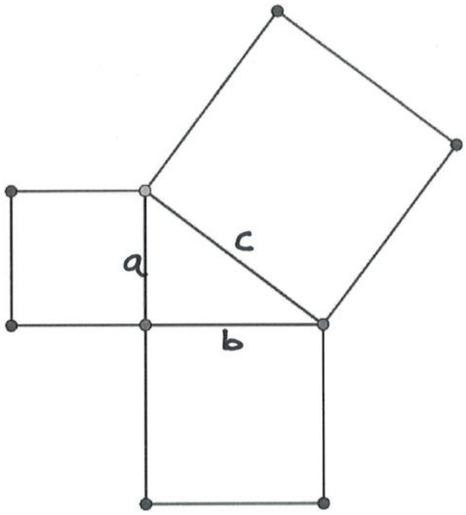
To elever løste likningen $3(x+1) = 15$ på ulik måte, men begge kom frem til riktig svar $x = 4$:

Elev 1 regnet slik:	Elev 2 regnet slik:
$3(x+1) = 15$	$3(x+1) = 15$
$3x + 3 = 15$	$x + 1 = 5$
$3x = 12$	$\underline{\underline{x = 4}}$
$\underline{\underline{x = 4}}$	

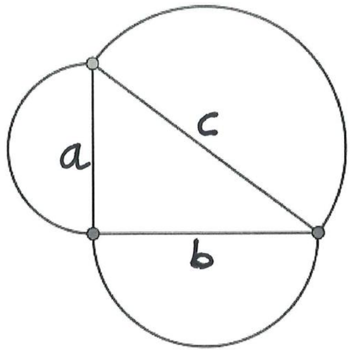
d) Begrunn om hvert steg i elevenes utregninger er riktig eller feil.

Oppgave 9

Figur 1 viser en kjent illustrasjon av Pytagoras læresetning, som sier at $a^2 + b^2 = c^2$ når trekanten er rettvinklet. Den rettvinklete trekanten omsluttes av tre kvadrater med lengder henholdsvis a, b og c.



Figur 1



Figur 2

En elev påstår at tilsvarende sammenheng gjelder om vi bytter ut kvadratene i Figur 1 med halvsirkler, som vist i Figur 2. Den rettvinklete trekanten omsluttes her av tre halvsirkler med diameter med lengder henholdsvis a, b og c. Summen av arealene av de to minste halvsirklene er da lik arealet av den største halvsirkelen.

a) Vis algebraisk at elevens påstand er riktig.

En elev utforsker om det er mulig å bytte ut kvadratene i Figur 1 med enda en annen type formlike figurer, slik at summen av arealene på katetene også nå vil være lik arealet på hypotenusen.

b) Er dette mulig? Begrunn svaret.