Karaktergrenser: A:22p, B:20p, C:16p, D:12p, E:8p

Sensorveiledning – nasjonal deleksamen 5-10, 15.05.2020

Maks poengsum er 25 poeng. Merk at noen oppgaver skåres 1 eller 0, og andre 2, 1 eller 0.

Oppgave 1a)

2 poeng

Kandidaten formulerer en tilfredsstillende funksjonsoppgave, tilpasset elever på 8. trinn, som går fra en situasjon til et funksjonsuttrykk, og lager et tilfredsstillende løsningsforslag.

Oppgaven kan for eksempel være: Hans plukker jordbær. Dagslønna er basert på en grunnlønn på 150 kr i tillegg til 100 kr for hver time han jobber. Lag et funksjonsuttrykk som viser sammenhengen mellom dagslønna og antallet timer som Hans jobber.

Løsningsforslaget kan for eksempel være: Jeg kaller antall timer Hans jobber på en dag for x. Jeg kaller dagslønna hans for y. Han får 150 kr uansett hvor mange timer han jobber (konstantledd). Sammenhengen mellom dagslønna og antallet timer som Hans jobber kan da skrives som $y = 100x + 150$.

1 poeng

Kandidaten formulerer en funksjonsoppgave, tilpasset elever på 8. trinn, som inneholder bare en av representasjonene (for eksempel at funksjonsoppgaven mangler selve spørsmålet om å lage et funksjonsuttrykk), og lager et tilfredsstillende løsningsforslag. Eventuelt at kandidaten formulerer en funksjonsoppgave som inneholder begge representasjonene, men hvor oppgaven ikke er tilpasset elever på 8. trinn eller er presis nok.

Dersom kandidaten ikke har formulert en funksjonsoppgave, gis det 0 poeng selv om begge representasjonene er vist i løsningsforslaget.

Oppgave 1b)

2 poeng

Kandidaten formulerer en tilfredsstillende funksjonsoppgave, tilpasset elever på 8. trinn, som går fra en situasjon til et funksjonsuttrykk, og lager et tilfredsstillende løsningsforslag.

Oppgaven kan for eksempel være: Tabellen under viser en sammenheng mellom noen x- og y-verdier.

x	y
1	1
3	5
6	11

Hvilket funksjonsuttrykk passer til verdiene i tabellen?

Løsningsforslaget kan for eksempel være: For å finne funksjonsuttrykket, kan jeg sette inn to par av x- og y-verdier i det generelle funksjonsuttrykket $y = ax + b$. Jeg kan da bestemme hvilke verdier a og b må ha. Sammenhengen mellom x- og y-verdiene i tabellen framkommer ved funksjonsuttrykket $y = 2x - 1$.
Et alternativt løsningsforslag kan være at en oppdager at y-verdiene er én mindre enn det

dobbelte av x-verdiene, og med det kan «gjette og sjekke» at funksjonsuttrykket er $y = 2x - 1$.

1 poeng
Kandidaten formulerer en funksjonsoppgave, tilpasset elever på 8. trinn~~,~~ som inneholder bare en av representasjonene (for eksempel at funksjonsoppgaven mangler selve spørsmålet om å finne et funksjonsuttrykk), og lager et tilfredsstillende løsningsforslag. Eventuelt at kandidaten formulerer en funksjonsoppgave som inneholder begge representasjonene, men hvor oppgaven ikke er tilpasset elever på 8. trinn eller presis nok.

Dersom kandidaten ikke har formulert en funksjonsoppgave, gis det 0 poeng selv om begge representasjonene er vist i løsningsforslaget.

Oppgave 2a)

1 poeng
Kandidaten setter opp en generell sammenheng og forenkler det algebraiske uttrykket riktig. For eksempel slik, når x er det tallet man tenker på i utgangspunktet:

$$\frac{2x+4}{2} \cdot 3 - 2x - 6 = (x+2) \cdot 3 - 2x - 6 = 3x + 6 - 2x - 6 = x$$

Det gis ikke poeng dersom kandidaten bare illustrerer ved hjelp av et talleksempel.

Oppgave 2b)

2 poeng
Kandidaten formulerer en oppgave med ord som inneholder alle de fire regneartene og der alle elevene får samme tall som svar. Kandidaten presenterer deretter et algebraisk uttrykk som representerer gangen i oppgaven og forenkler det algebraiske uttrykket riktig. For at alle elevene skal få samme tall som svar, må oppgaven og det algebraiske uttrykket være slik at det ved forenkling gir en konstant, for eksempel slik:

$$\frac{x \cdot 2 - 4}{2} - x + 12 = 10$$

Alle elevene får svaret 10 dersom tallet de har tenkt på er representert ved x.

1 poeng
Kandidaten formulerer en oppgave med ord som inneholder alle de fire regneartene og der alle elevene får samme tall som svar, men algebraisk begrunnelse mangler helt eller delvis.

Oppgave 3

2 poeng

Kandidaten begrunner på tilstrekkelig måte om påstandene er riktige eller feil.

Når vi forutsetter at t i begge uttrykkene representerer samme tall, er $(5+t)$ alltid større enn $(t+3)$ fordi 5 > 3. Dette kan vi f.eks. illustrere på en tallinje hvor vi avsetter et tilfeldig tall t og legger til henholdsvis 3 og 5. Tallet $(5+t) \ = \ (t \ +5)$ vil da kunne markeres lenger til høyre på tallinjen enn $(t+3)$. Dette resonnementet viser at Kristinas påstand er riktig og samtidig at Trines påstand må være feil.

Trines påstand kan vises å være feil for eksempel ved å sammenlikne grafene til funksjonene $f(x)=5+x$ og $g(x)=x+3$. Grafene vil vise at verdien til *f* vil være høyere enn verdien til g for alle verdier av *x*.

Nils' påstand kan for eksempel vises at er feil ved et moteksempel. For eksempel dersom *t* er -2 vil $(5+t)$ fortsatt være størst.

Mikes påstand er feil fordi han ikke sammenlikner uttrykkene for samme verdi av *t*.

1 poeng

Kandidaten begrunner på en tilstrekkelig måte at påstanden til Kristina er riktig, men gir en utilstrekkelig begrunnelser på en eller flere av de andre påstandene, evt. ikke nevner at de tre andre påstandene er feil.

Dersom det kun påpekes at Kristina har rett, uten noen forklaring gis det ikke poeng. Dersom det påpekes at andre enn Kristina har rett gis det heller ikke poeng.

Oppgave 4

2 poeng

Kandidaten gir gode begrunnelser for at strategi i), ii) og iv) er riktige, og at iii) er feil. Begrunnelser av typen «flytte-bytte-regelen» godtas ikke.

Eksempel på begrunnelse kan være:

i) Riktig: Her utfører eleven samme regneoperasjoner på begge sider av likhetstegnet (viktig og tilstrekkelig poeng å ha med): Først adderes $5x$, deretter adderes 10, før det til slutt divideres med 18.

ii) Riktig: Her utfører eleven samme regneoperasjoner på begge sider av likhetstegnet (viktig og tilstrekkelig poeng å ha med): Først adderes $-13x+10$. Deretter dras ledd sammen på høyre side av likhetstegnet (får 0), mens på venstre side av likhetstegnet grupperes like ledd, og på neste linje slås de sammen. Her adderes også -18 på begge sider av likhetstegnet, før det til slutt divideres med -18.

iii) Feil: Her har eleven feilaktig beregnet $13x-10$ til å bli $3x$. Den videre regningen er riktig, og eleven får tilfeldigvis riktig svar til tross for feil på andre linje.

iv) Riktig: Her utfører eleven samme regneoperasjoner på begge sider av likhetstegnet (viktig og tilstrekkelig poeng å ha med): Først adderes $-13x-8$ som da gir $-18x=-18$. Detter multipliserer eleven med $-1/18$, som gir løsningen.

1 poeng
Kandidaten oppgir at i), ii) og iv) er riktige strategier, og at iii) er feil, men gir utilstrekkelig begrunnelse for minst en av strategiene.

Oppgave 5

2 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig at oppgave iii) er best egnet for formålet, og han begrunner tilstrekkelig for hver av de tre andre oppgavene at de er lite egnet.

Eksempel på begrunnelse kan være:

i) Her kreves det ikke at elevene skal vise at de kan tenke både algebraisk og geometrisk. Slik oppgaven er formulert vil et tilfredsstillende svar være å beskrive en måte å finne skjæringspunktet. Elevene blir da ikke utfordret til å kombinere ulike representasjoner når de beskriver fremgangsmåten sin.

ii) Her kreves det ikke at elevene skal vise at de kan tenke både algebraisk og geometrisk. En elev kan svare riktig ved å si at oppgaven har ingen løsning fordi linjene er parallelle og således ikke har noe skjæringspunkt. En elev som forsøker å løse oppgaven algebraisk og får at den ikke har noen løsning, vil også ha løst oppgaven riktig. Oppgaven krever dermed ikke at en må bruke begge representasjonene.

iii) Her må elevene ha forståelse både for betydningen av de (algebraiske) parameterne a og b, og hvordan både verdi og fortegn til disse henger sammen med grafene geometrisk. Denne oppgaven vil utfordre elevene både geometrisk og algebraisk.

iv) Her kreves det ikke at elevene skal vise at de kan tenke både algebraisk og geometrisk. Elevene kan bygge på kunnskapen sin om å løse likninger algebraisk uten å tenke geometrisk.

1 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig at iii) er best egnet for formålet, men han begrunner *ikke* tilstrekkelig at hver av de tre andre oppgavene er lite egnet.

Oppgave 6

1 poeng
Kandidaten påpeker feil i linje 2 og linje 4 og begrunner svaret ved at samme operasjon ikke utføres på begge sider av ulikhetstegnet. I linje 2 er tallet 2 flyttet over på motsatt side av ulikhetstegnet med motsatt fortegn. Dette er feil fordi man da ikke gjør samme operasjon på begge sider av ulikhetstegnet. Fra linje 3 til linje 4 er tallet 3 lagt til på venstre side, mens man på høyre side deler på -3. Dette er feil fordi man da ikke gjør samme operasjon på begge sider av ulikhetstegnet.

Det gis ikke poeng dersom kandidaten kun løser ulikheten riktig uten å begrunne hva eleven gjør feil.

Oppgave 7a)

2 poeng
Kandidaten skriver rett algebraisk uttrykk til hver av svarmulighetene A, B, C og D og angir riktig svar D.

A: $(y + 1) \cdot x$

B: $x \cdot 1$ og $y \cdot 1$ (evt. $(x + y) \cdot 1$ dersom man tolker «og» som «pluss»)

C: $x + y + 1$ eller $(x + y) + 1$

D: $x \cdot y + 1$

1 poeng
Kandidaten skriver rett algebraisk uttrykk til D, angir riktig svar D og skriver rett algebraisk uttrykk til to av de andre svarmulighetene.

Det gis ikke poeng dersom kandidaten gir feil svar. Det gis heller ikke poeng dersom kandidaten skriver rett algebraisk uttrykk til D og angir riktig svar D, men skriver rett algebraisk uttrykk til bare ett eller ingen av de andre svarmulighetene.

Oppgave 7b)

1 poeng
Kandidaten velger A, B eller C og gir en tilstrekkelig beskrivelse. Tilstrekkelige beskrivelser kan for eksempel være:

A: Eleven kan ha tenkt at det er $1 + y \cdot x$ (som er lik $xy + 1$), dvs. ikke tenkt over rekkefølgen av operasjonene.

B: Eleven kan ha tolket «x og y» som xy og så blandet «gang med» med «legg til», slik at han ender opp med $xy + 1$.

C: Eleven kan ha tolket den første «legg sammen» som multiplikasjon, eller eleven kan ha tenkt at «legg sammen x og y» betyr at man skal skrive xy (dvs. har liten forståelse for algebraiske uttrykk).

Oppgave 8a)

2 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig at en av likningene i), iii) eller iv) passer godt til å bli løst gjennom logiske resonnement, og løser den valgte likningen **gjennom to forskjellige logiske resonnement** som er tilpasset elever på 5. trinn.

Valget kan begrunnes ved at kandidaten påpeker at disse likningene en relativt enkle og lar seg greit løse ved hjelp av mer uformelle strategier som «gjett og sjekk», «dekk over/fingerstrategien», «arbeide baklengs» og bruk av konkreter fordi den ukjente opptrer kun på én side av likhetstegnet. Kandidaten kan tenkes å referere til det såkalte didaktiske bruddet, dvs. overgangen fra likninger av typen $a + x = b, ax = b$ og $ax + b = c$ til $ax + b = cx + d$. Alle likningene kan løses ved hjelp av «gjett og sjekk», men det er kravet om to ulike logiske resonnement, som gjør at likning i), iii) og iv) passer bedre enn ii). Kandidaten kan f.eks. løse likning iii) ved å dekke over $4x$ med fingeren, og med det kunne resonnere at det som er under fingeren må være 8. Det gir at $4x = 8$. For at dette skal være sant, må en konkludere med at den ukjente x er lik 2. «Fingerstrategien» passer godt på likning iv) også, i tillegg til «arbeide baklengs» som kan starte med å klargjøre hvilke operasjoner som er brukt på den ukjente på venstre side, for så å bruke de motsatte regneoperasjonene på høyre side, oppsatt f.eks. i et flytskjema slik:

$$x \xrightarrow{\cdot 3} 3x \xrightarrow{+4} 3x + 4 \xrightarrow{:2} \frac{3x + 4}{2}$$
$$2 \xleftarrow{:3} 6 \xleftarrow{-4} 10 \quad \xleftarrow{\cdot 2} 5$$

Det kan også tenkes at kandidaten kan begrunne at likning i) kan løses gjennom et logisk resonnement i form av en strukturell likhet, som at «siden 16 er 10 mindre enn 26, må x være 10 større enn 35, fordi venstre og høyre side skal ha samme verdi». Kandidaten kan også gis full uttelling dersom en av de logiske resonnementene er bruk av konkreter, eksempelvis med fyrstikkesker og løse fyrstikker.

1 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig at en av likningene i), iii) eller iv) kan løses ved logiske resonnement, og viser og beskriver tilstrekkelig hvordan den kan løses gjennom **ett logisk resonnement**. Eventuelt kan kandidaten gi en mangelfull begrunnelse, men viser og beskriver tilstrekkelig hvordan den kan løses gjennom to forskjellige logiske resonnement.

Det gis ikke poeng om kandidaten mangler begrunnelse for at en av likningene i), iii) eller iv) kan løses ved logiske resonnement, eller ikke viser og beskriver hvordan den kan løses.

Oppgave 8b)

1 poeng
Kandidaten begrunner tilstrekkelig at likning ii) illustrerer behovet for en formell løsningsstrategi best, og løser den valgte likningen ved en korrekt formell løsningsstrategi. Valget kan begrunnes ved at kandidaten påpeker at denne likningen inneholder den ukjente på begge sider av likhetstegnet og er vanskeligere enn de tre andre å benytte mer uformelle strategier på (ut over «gjett og sjekk»). Kandidaten kan tenkes å argumentere for at en formell løsningsstrategi på likning ii) vil inneholde prosedyrer som ikke virker like logiske, som å subtrahere noe som er ukjent, på begge sider av likhetstegnet.

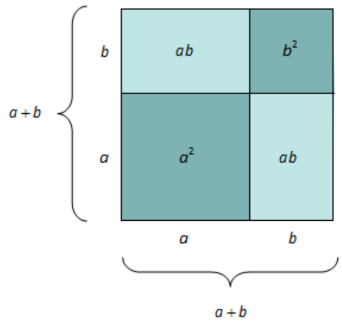
Det gis ikke poeng om kandidaten mangler begrunnelse for at likning ii) best illustrerer behovet for en formell løsningsstrategi, eller ikke løser likningen korrekt. Det skal gis 0 poeng om kandidaten svarer noe annet enn likning ii), fordi de andre tre likningene illustrerer ikke behovet for en formell løsningsstrategi like godt, da de er såpass enkle å løse ved hjelp av mer uformelle løsningsstrategier som logiske resonnement og enkel hoderegning. Det er heller ikke tilstrekkelig å løse likning ii) korrekt og kun skrive at den passer best å bli brukt «flytte-bytte-regelen» på.

Oppgave 9

2 poeng

Kandidaten viser alle tre representasjonene riktig.

Geometrisk: Tegning av kvadrat med sider $(a + b)$. Markerer tydelig hva som er a^2, b^2 og ba og ab på figuren.



Med tall:

$(3 + 2)^2 = 3^2 \ + 2 \cdot 3 \cdot 2 \ + \ 2^2$

$5^2 = 9 + 12 + 4$

$25 = 25$

eller $3(3 + 2) + \ 2(3 + 2) = 3^2 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ 2^2 \ = 9 + 6 + 6 + 4 = 25$

Med variabler:

$(a + b)\ (a + b) = a(a + b) + b(a + b\ ) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Når kandidaten viser med variabler, skal det komme fram at den distributive loven er brukt enten slik som vist her eller ved å multiplisere hvert ledd i den ene parentesen med hvert ledd i den andre. Det er ikke tilstrekkelig bare å skrive «svaret» på første kvadratsetning.

1 poeng

Kandidaten viser bare to av de tre måtene riktig.

Det gis ikke poeng dersom kun én måte er vist. To måter vist ufullstendig gir også 0 poeng.

Oppgave 10a)

1 poeng

Kandidaten skriver at det er 41 terningsider som er mulig å se i et tårn med 10 terninger og skriver at fra et tårn med 10 terninger til et tårn med 11 terninger kommer det fire synlige terningsider i tillegg. (Begge deler må være riktige for å få 1 poeng.)

Oppgave 10b)

2 poeng

Kandidaten beskriver tilstrekkelig tre ulike måter en elev kan ha tenkt for å komme frem til en eksplisitt formel som er riktig. Eksempler på hvordan en elev kan ha tenkt for å komme frem til en riktig eksplisitt formel for antall synlige sider a_n i et tårn med n terninger er:

$a_n = 4n + 1$: For hver terning er fire sider synlige, pluss én side på toppen.

$a_n = 5 + 4(n - 1)$: Den øverste terningen har fem synlige sider, pluss fire sider for hver av de andre terningene.

$a_n = 6n - 2n + 1$: Det er totalt $6n$ sider i de n terningene. Vi må trekke fra to sider for hver terning $(2n)$, og i tillegg har vi én side på toppen.

$a_n = 6n - (2n - 1)$: Det er totalt $6n$ sider i de n terningene. Det er $2n - 1$ sider som er usynlige: 1 side for terningen på toppen, pluss 2 sider for hver av de andre terningene, det er til sammen $1 + 2(n - 1) = 2n - 1$ usynlige sider. Dermed er antall synlige sider lik $6n - (2n - 1)$.

1 poeng

Kandidaten beskriver tilstrekkelig to ulike måter en elev kan ha tenkt for å komme fram til en eksplisitt formel som er riktig, eller kandidaten nevner tre ulike måter en elev kan ha tenkt, men uten eller med mangelfulle beskrivelser.

Det gis ikke poeng dersom kandidaten viser høyst to ulike måter en elev kan ha tenkt uten eller med mangelfulle beskrivelser.